

تحلیل ورق های سبک وزن با ساختار TPMS: ارتباط بین تخلخل، نسبت جرمی و فرکانس طبیعی با استفاده از تئوری تغییر شکل مرتبه بالا

سپیده نصرتی^{آ*}، امید رحمانی^آ و سید امیرحسین حسینی^ب

^آ ایران، زنجان، دانشگاه زنجان، آزمایشگاه سازه های هوشمند و مواد پیشرفته، گروه مهندسی مکانیک، استاد

^ب ایران، بوئین زهرا، دانشگاه فنی بوئین زهرا، گروه مهندسی صنایع، مکانیک و هوافضا، دانشیار

*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: sepide_nosrati@znu.ac.ir

چکیده

این مطالعه رفتار ارتعاشات آزاد ورق های متخلخل متشکل از ساختارهای سطوح حداقلی تناوبی سه گانه با انواع آی.دبلیو.پی، پریمیتیو و جیروید را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا بررسی می کند. پس از محاسبه پارامترهای کلیدی حاکم بر مورفولوژی هر ساختار، فرکانس طبیعی بی بعد با حل ناویر به دست آمد. در ادامه با تغییر پارامترهای هندسی و جرمی (نسبت ابعادی، نسبت جرمی، و ضریب تخلخل) رفتار ارتعاشی سازه تحلیل شد. نتایج نشان می دهد که جیروید در تمام شرایط بالاترین فرکانس را دارد و برتری قابل توجهی در نسبت سفتی به چگالی نشان می دهد؛ در مقابل، پریمیتیو کمترین فرکانس و حساسیت بیشتری به تخلخل دارد و برای جذب انرژی مناسب است. ساختار آی.دبلیو.پی عملکردی میانه دارد و در نسبت های جرمی بالا، تقریباً به جیروید نزدیک می شود، که آن را به گزینه ای متعادل و قابل اعتماد برای طراحی های کاربردی تبدیل می کند. یافته های این پژوهش چارچوبی دقیق برای طراحی هدفمند سازه های سبک وزن با خواص ارتعاشی کنترل شده در کاربردهای هوافضا، خودرو سازی و پزشکی فراهم می کند.

کلمات کلیدی: ساختار سطوح حداقلی تناوبی سه گانه؛ ضریب تخلخل؛ تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا؛ ارتعاشات آزاد.

۱- مقدمه

پیشرفت های اخیر در فناوری ساخت افزایشی امکان تولید دقیق ساختارهای پیچیده، از جمله ساختارهای سطوح حداقلی تناوبی سه گانه (TPMS^۱) را فراهم کرده اند [۱]. قابلیت جذب انرژی ساختارهای TPMS، به ویژه در کاربردهای محافظتی و حمل و نقل فضایی، مورد توجه قرار گرفته است. ویژگی کلیدی ساختارهای TPMS، توانایی تقسیم فضای سه بعدی به دو حجم برابر از

^۱ Triply periodic minimal surfaces

طریق سطوحی با انحنای کمینه است که منجر به کاهش تمرکز تنش در برابر بارگذاری می‌شود. اگرچه انواع متعددی از TPMS وجود دارند اما ساختارهای P، G و IWP پرکاربردترین و بیشترین مطالعات را داشته‌اند [۲-۴]. فو و همکاران به‌صورت تجربی ساختارهای IWP، Primitive و Gyroid را مقایسه کردند و نشان دادند که نسبت‌های میرایی و سفتی آن‌ها وابسته به دامنه تحریک است، در حالی که نسخه فولاد ضدزنگ Gyroid عملکرد برتری در کاهش ارتعاش نشان داد [۵]. سیمسک و همکاران ساختار Gyroid را با روش ذوب لیزری فلزی ساخته و با مدل‌های المان محدود تحلیل کردند و نشان دادند که تغییرات ضخامت صفحه و دیواره به‌طور قابل توجهی بر رفتار دینامیکی تأثیر می‌گذارد [۶]. لو و همکاران هفت ساختار شبکه‌ای TPMS را به‌صورت عددی تحلیل کردند و نشان دادند که طراحی‌های Primitive و Neovius بازه‌های تشدید محلی منحصر به فردی ایجاد می‌کنند این یافته‌ها پایه‌ای برای طراحی هدفمند مواد آکوستیک فراهم کردند [۷]. چوهان و همکاران جاذب‌های آکوستیک مبتنی بر TPMS را با چاپ سه‌بعدی ساخته و با لوله امیدانسی آزمایش کردند و نشان دادند که تخلخل و ضخامت دیواره به‌طور معناداری بر جذب صدا تأثیر می‌گذارد [۸]. دای و همکاران با ترکیب مدل‌سازی تئوری و تحلیل المان محدود، متامتریال‌های TPMS تقویت‌شده با الیاف کربن را مشخص کردند و بهبود قابل توجهی در عملکرد عایق‌بندی ارتعاش و جذب انرژی نسبت به ساختارهای بدون تقویت‌کننده را نشان دادند [۹]. ارملنکو و اسنووو با استفاده از تحلیل یادگیری ماشین، همبستگی‌های چندجمله‌ای بین پارامترهای هندسی TPMS را تعیین کردند و مدل‌های ریاضی ارائه دادند که می‌توانند به بهینه‌سازی مهندسی این ساختارها برای کاربردهای عملی کمک کنند [۱۰]. آلتینتاس به‌صورت سیستماتیک ویژگی‌های ارتعاشی ساختارهای چاپ‌شده سه‌بعدی TPMS را با تغییر پارامترهای هندسی و موادی تحلیل کرد و داده‌های مرجعی ایجاد کرد که رفتارهای پیچیده ارتعاشی را آشکار ساخت و نشان داد که این سازه‌ها برای کاربردهای مکانیکی قابل تنظیم هستند [۱۱].

در مطالعه حاضر، از یک تئوری تغییرشکل برشی مرتبه بالاتر، برای تحلیل ارتعاش آزاد ورق‌ها با ساختار TPMS استفاده شده است. معادله حرکت با استفاده از اصل همپلتون استخراج شده و فرکانس طبیعی مود اول، با استفاده از حل ناویر استخراج شده‌اند. علاوه بر این، چگونگی تأثیر پارامترهای هندسی، نسبت جرمی و ضریب تخلخل بر روی فرکانس طبیعی بی‌بعد مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- فرمولاسیون

۲-۱- خواص مکانیکی ساختار TPMS

شکل (۱)، شماتیک ساختاری ورق TPMS را نشان می‌دهد. در این پژوهش سه نوع ساختار TPMS از جمله Primitive(P)، Gyroid(G) و I-Graph and Wrapped Package (IWP) در نظر گرفته شده است. آن‌ها را می‌توان با معادلات (۱) توصیف کرد:

$$\begin{aligned} \text{Primitive} & \quad \phi = \cos(w_1 x_1) + \cos(w_2 x_2) + \cos(w_3 x_3) \\ \text{Gyroid} & \quad \phi = \sin(w_1 x_1) \cos(w_2 x_2) + \sin(w_2 x_2) \cos(w_3 x_3) + \sin(w_3 x_3) \cos(w_1 x_1) \\ \text{IWP} & \quad \phi = 2(\cos(w_1 x_1) \cos(w_2 x_2) + \cos(w_2 x_2) \cos(w_3 x_3) + \cos(w_3 x_3) \cos(w_1 x_1)) - (\cos(2w_1 x_1) + \cos(2w_2 x_2) + \cos(2w_3 x_3)) \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ یک نقطه دلخواه در یک دامنه سه‌بعدی را نشان می‌دهد. $w_i = \frac{2\pi n_i}{l_i}$ ، $i = 1, 2, 3$ و در این رابطه n_i و l_i به‌ترتیب کمیت‌های یک‌ه و طول‌های سلول واحد را مشخص می‌کنند. در این پژوهش، خواص یکسانی برای سلول واحد در هر سه جهت متعامد اعمال شده است.

$$\frac{E(z)}{E} = \begin{cases} A_E r^{m_E}, r \leq k_E \\ B_E r^{n_E} + C_E, r > k_E \end{cases}, \frac{G(z)}{G} = \begin{cases} A_G r^{m_G}, r \leq k_G \\ B_G r^{n_G} + C_G, r > k_G \end{cases}, \nu(z) = \begin{cases} a_1 e^{b_1 r} + c_1, r \leq k_\nu \\ a_2 r^2 + b_2 r + c_2, r > k_\nu \end{cases} \quad (2)$$

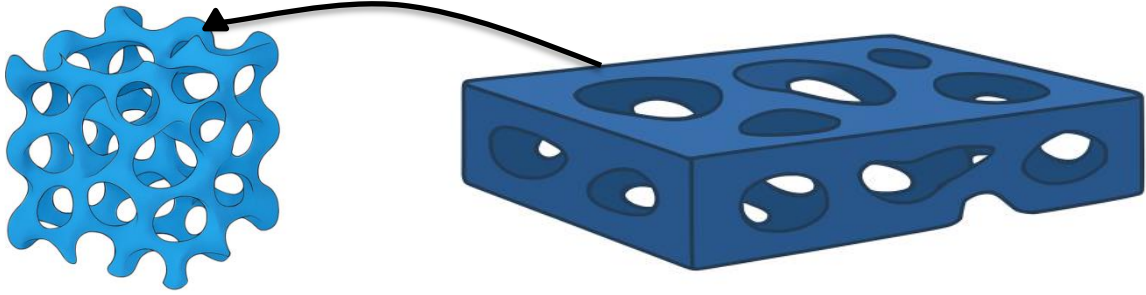
در اینجا، $r = \rho(z)/\rho$ است، و $\rho(z)$ ، $E(z)$ ، $G(z)$ و $\nu(z)$ به ترتیب چگالی، مدول الاستیسیته، مدول برشی و نسبت پواسون ماده متخلخل TPMS در هر نقطه دلخواه در امتداد ضخامت را نشان می‌دهند. در عین حال، ρ و E به ترتیب چگالی، مدول الاستیسیته و مدول برشی ماده پایه (ماتریس جامد) را نشان می‌دهند. مقادیر سایر پارامترها با استناد به مرجع [۱۲] آورده شده‌اند. علاوه بر این، $E(z)$ و $\rho(z)$ از روابط زیر محاسبه می‌شوند که متناسب با ساختار متخلخل انتخاب‌شده در امتداد ضخامت هستند:

$$\frac{E(z)}{E} = 1 - e_0 \lambda(z), \frac{\rho(z)}{\rho} = 1 - e_m \lambda(z) \quad (3)$$

ضریب تخلخل، که با e_0 نمایش داده می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$e_0 = 1 - \frac{E_{\min}}{E_{\max}} \quad (4)$$

که در آن $E_{\min}$ و $E_{\max}$ به ترتیب کمترین و بیشترین مدول الاستیسیته ورق را نشان می‌دهند. با توجه به معادلات (۲) و (۳)، ضریب چگالی جرمی e_m از e_0 استخراج شده و با ویژگی‌های مکانیکی ورق متخلخل به صورت زیر مرتبط است:



شکل ۱. شماتیک ورق با ساختار TPMS

$$\begin{cases} e_m = \frac{1}{\lambda_{\text{uniform}}} - \frac{1}{\lambda_{\text{uniform}}} \left(\frac{1 - e_0 \lambda_{\text{uniform}}}{A_E} \right)^{\frac{1}{m_E}}, \lambda_{\text{uniform}} \geq \frac{1 - A_E k_E^{m_E}}{e_0} \\ e_m = \frac{1}{\lambda_{\text{uniform}}} - \frac{1}{\lambda_{\text{uniform}}} \left(\frac{1 - e_0 \lambda_{\text{uniform}} - C_E}{B_E} \right)^{\frac{1}{n_E}}, \lambda_{\text{uniform}} < \frac{1 - A_E k_E^{m_E}}{e_0} \end{cases} \quad (5)$$

توزیع تخلخل λ_{uniform} در سراسر ضخامت ثابت است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} \lambda_{\text{uniform}} = \frac{1}{e_0} \left[1 - A_E \left(\frac{M}{\rho h} \right)^{m_E} \right], \lambda_{\text{uniform}} \geq \frac{1 - A_E k_E^{m_E}}{e_0} \\ \lambda_{\text{uniform}} = \frac{1}{e_0} \left[1 - C_E - B_E \left(\frac{M}{\rho h} \right)^{n_E} \right], \lambda_{\text{uniform}} < \frac{1 - A_E k_E^{m_E}}{e_0} \end{cases} \quad (6)$$

در اینجا، $M/\rho h$ نسبت جرمی تعریف شده است که نسبت جرم پوسته متخلخل به جرم یک پوسته جامد معادل با همان هندسه و ترکیب مادی را نشان می‌دهد، به طوری که:

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho(z) dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho(1 - e_m \lambda(z)) dz \quad (7)$$

فرآیند محاسبه با به‌دست آوردن یک تابع بین نسبت جرمی و ضریب تخلخل از طریق تحلیل رگرسیون چندجمله‌ای آغاز می‌شود که امکان پیش‌بینی جرم سازه را بر اساس میزان مطلوب تخلخل فراهم می‌کند. سپس رابطه به‌دست‌آمده برای محاسبه پارامتر خروجی e_0 به‌کار می‌رود که متناظر با هر مقدار ورودی از نسبت جرمی $M/\rho h$ است. پارامتر e_0 به‌عنوان یک شاخص هندسی بنیادین عمل می‌کند و با استفاده از این مقدار، دو پارامتر λ_{uniform} و e_m تعیین می‌شوند که پارامترهای کلیدی حاکم بر مورفولوژی ساختار TPMS هستند. این پارامترها سپس برای محاسبه توزیع‌های محوری ویژگی‌های مکانیکی اصلی شامل چگالی $\rho(z)$ ، مدول الاستیسیته $E(z)$ ، مدول برشی $G(z)$ و نسبت پواسون $\nu(z)$ که در معادلات (۲) آمده‌است، به‌کار گرفته می‌شوند.

۳-۲- نظریه تغییر شکل برشی مرتبه بالا

میدان جابجایی در یک نقطه دلخواه از ورق به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{cases} U_1(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ U_2(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \\ U_3(x, y, z, t) = w_b + w_s \end{cases} \quad (8)$$

که در آن u_0 و v_0 نمایانگر جابجایی‌های درون صفحه‌ای هستند، در حالی که w_b و w_s به ترتیب مؤلفه‌های خمش و برش جابجایی عرضی هستند. $f(z)$ تابعی است که توزیع تنش‌ها و کرنش‌های برشی عرضی را در سراسر ضخامت ورق تعریف می‌کند و به‌صورت تابع سینوسی به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۱۳]:

$$f(z) = z - \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right), g(z) = 1 - \frac{\partial f(z)}{\partial z} \quad (9)$$

مؤلفه‌های کرنش که از میدان جابجایی استنباط می‌شوند:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial U_1}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} - f(z) \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \quad (10)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial U_2}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} - f(z) \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} \quad (11)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\partial U_1}{\partial y} + \frac{\partial U_2}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y} - 2f(z) \frac{\partial^2 w_s}{\partial x \partial y} \quad (12)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial U_1}{\partial z} + \frac{\partial U_3}{\partial x} = g(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (13)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial U_2}{\partial z} + \frac{\partial U_3}{\partial y} = g(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \quad (14)$$

۳- معادلات حرکت

برای استخراج معادلات حاکم بر ورق‌ها، اصل همیلتون به صورت زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta U - \delta K) dt = 0 \quad (15)$$

که در آن δU و δK به ترتیب نمایانگر تغییرات انرژی کرنشی و تغییرات انرژی جنبشی هستند. با استفاده از معادلات (۱۰) تا (۱۴) و جایگذاری در (۱۵) و پس از ادغام و تفکیک، معادلات حرکت به‌دست می‌آیند.

$$B_{11b} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + (B_{12b} + 2B_{66b}) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} - F_{11b} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - H_{11} \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} - 2(F_{12b} + 2F_{66b}) \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - 2(H_{12} + 2H_{66}) \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} + (B_{12b} + 2B_{66b}) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} + B_{22b} \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} + A_{44s} \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} - F_{22b} \frac{\partial^4 w_b}{\partial y^4} -$$

$$H_{22} \frac{\partial^4 w_s}{\partial y^4} + A_{55s} \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} - I_0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial t^2} - J_1 \left(\frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial t^2} + \frac{\partial^3 v_0}{\partial y \partial t^2} \right) + J_2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w_b}{\partial t^2} + K_2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w_s}{\partial t^2} = 0$$

$$(A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_b}{\partial y \partial x^2} - (B_{12b} + 2B_{66b}) \frac{\partial^3 w_s}{\partial y \partial x^2} +$$

$$A_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} - B_{22} \frac{\partial^3 w_b}{\partial y^3} - B_{22b} \frac{\partial^3 w_s}{\partial y^3} - I_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^3 w_b}{\partial y \partial t^2} + J_1 \frac{\partial^3 w_s}{\partial y \partial t^2} = 0$$

$$B_{11} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} - F_{11} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - F_{11b} \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} - 2(F_{12} + 2F_{66}) \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - 2(F_{12b} + 2F_{66b}) \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} + B_{22} \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} - F_{22} \frac{\partial^4 w_b}{\partial y^4} - F_{22b} \frac{\partial^4 w_s}{\partial y^4} -$$

$$I_0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial t^2} - I_1 \left(\frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial t^2} + \frac{\partial^3 v_0}{\partial y \partial t^2} \right) + I_2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w_b}{\partial t^2} + J_2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w_s}{\partial t^2} = 0$$

$$A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} - B_{11} \frac{\partial^3 w_b}{\partial x^3} - B_{11b} \frac{\partial^3 w_s}{\partial x^3} + A_{66} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} -$$

$$(B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_b}{\partial x \partial y^2} - (B_{12b} + 2B_{66b}) \frac{\partial^3 w_s}{\partial x \partial y^2} - I_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^3 w_b}{\partial x \partial t^2} + J_1 \frac{\partial^3 w_s}{\partial x \partial t^2} = 0$$

۴- حل تحلیلی

این بخش به حل معادلات دیفرانسیل جزئی با استفاده از روش سری‌های فوریه دوگانه اختصاص دارد. شرایط مرزی برای تکیه‌گاه ساده در مرزها ارضا شده است.

$$u_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} U_{0nm} e^{j\omega t} \cos(\theta x) \sin(\phi y), v_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} V_{0nm} e^{j\omega t} \sin(\theta x) \cos(\phi y)$$

$$w_b = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} W_{bnm} e^{j\omega t} \sin(\theta x) \sin(\phi y), w_s = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} W_{snm} e^{j\omega t} \sin(\theta x) \sin(\phi y)$$

که در آن، m و n شماره مد و ω فرکانس طبیعی است. سپس با حل مسئله مقدار ویژه استاندارد زیر، فرکانس طبیعی بدست می‌آید، که در آن $[K]$ و $[M]$ به ترتیب ماتریس‌های سفتی و جرم هستند:

$$([K] - \omega^2 [M]) \{X\} = 0 \quad (21)$$

۵- نتایج و بحث

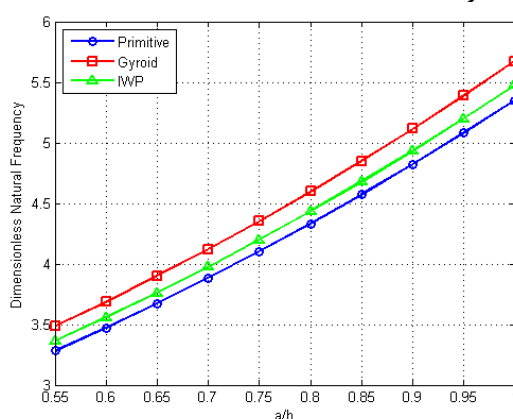
این بخش به تحلیل تأثیر پارامترهای کلیدی تأثیرگذار بر پاسخ ارتعاشات آزاد ورق‌های TPMS می‌پردازد. در این بررسی جنس مواد مس با خواص مدول ینگ $E=130$ گیگاپاسکال، چگالی $\rho=8960$ کیلوگرم بر متر مکعب، و ضریب پواسون $\nu=0.34$

برای استفاده در این مقاله انتخاب شده است. در ادامه مقاله به محاسبه فرکانس طبیعی بی بعد مود اول، که از رابطه $\bar{\omega} = \omega_{11} \frac{a^2}{h} \sqrt{\frac{\rho(z)(1-\nu(z))^2}{E(z)}}$ محاسبه می‌شود، پرداخته خواهد شد. در جدول (۱) جهت اعتبارسنجی، نتایج پژوهش حاضر با نتایج گزارش شده توسط وانگ [۱۴] که فرکانس طبیعی یک صفحه ساندویچی را با استفاده از از نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول به دست آورده، مقایسه شده است.

جدول ۱. اعتبارسنجی مقدار فرکانس طبیعی محاسبه شده در پژوهش حاضر با مطالعات پیشین

شماره مود	مطالعه حاضر [Hz]	مرجع [۱۴] [Hz]
اول	۲۵۳/۷۴	۲۵۴/۷۴
دوم	۶۳۵/۶۲	۶۳۵/۶۲

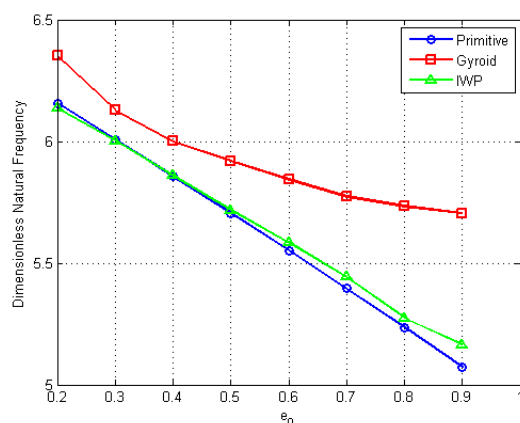
با توجه به شکل (۲) با افزایش نسبت ابعادی a/b (از ۰/۵۵ تا ۱)، فرکانس طبیعی بی بعد در تمام ساختارهای TPMS — Gyroid، Primitive و IWP — به صورت یکنواخت و تقریباً خطی افزایش می‌یابد. این روند نشان می‌دهد که با نزدیک شدن به حالت مربعی (یعنی $a/b=1$)، سفتی مؤثر سازه به گونه‌ای افزایش می‌یابد که باعث بالارفتن فرکانس طبیعی می‌شود. ساختار G تمام نسبت‌های a/b بالاترین فرکانس را دارد (به‌طور متوسط ۰/۲۶ واحد بیشتر از P) و قوی‌ترین رفتار دینامیکی (سفتی بالاتر) را از خود نشان می‌دهد، در حالی که P کمترین فرکانس و بنابراین کمترین سختی را میان سه مدل دارد. ساختار IWP عملکردی میانه دارد و فرکانس آن به‌طور متوسط تنها ۰/۱ واحد بالاتر از P است. شیب خطی فرکانس نسبت به a/b نیز در G بیشترین مقدار و در P کمترین است، که نشان می‌دهد G حساسیت بیشتری به تغییرات نسبت ابعادی دارد. این یافته‌ها برای طراحی سازه‌های هوشمند کاربردی هستند: اگر هدف دستیابی به فرکانس طبیعی بالاتر (مثلاً برای جلوگیری از رزونانس در بارهای دینامیکی) باشد، انتخاب ساختار G در کنار نسبت‌های نزدیک به مربع گزینه بهینه است؛ در مقابل، ساختار P برای کاربردهایی که نیاز به فرکانس پایین‌تر (مثلاً جذب ارتعاش) دارند، مناسب‌تر خواهد بود.



شکل ۲. تاثیر نسبت ابعادی بر فرکانس طبیعی بی‌بعد ورق.

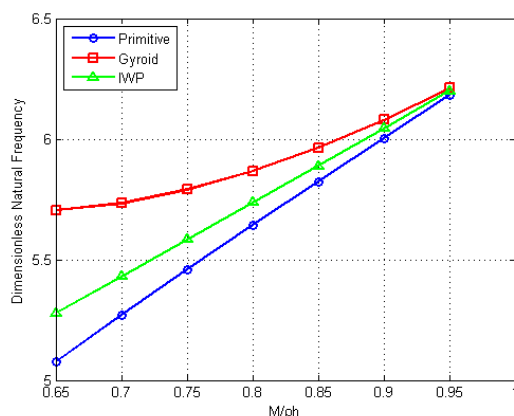
شکل (۳) نشان می‌دهد، با افزایش مقدار e_0 از ۰/۲ تا ۰/۹ (که متناظر با کاهش جرم مؤثر یا افزایش تخلخل سازه است)، فرکانس طبیعی بی بعد در تمام ساختارها کاهش می‌یابد، که رفتاری کاملاً منطقی و متناسب با اصول مکانیک سازه‌هاست: هرچه تخلخل بیشتر شود، سفتی مؤثر کاهش یافته و سازه انعطاف‌پذیرتر می‌شود، در نتیجه فرکانس طبیعی پایین می‌آید. میان سه ساختار، G به‌طور مداوم بالاترین فرکانس را حفظ می‌کند، به‌خصوص در مقادیر بالای e_0 (تخلخل زیاد)، که نشان‌دهنده برتری آن در حفظ سختی حتی در شرایط کاهش چگالی است؛ این ویژگی آن را به گزینه‌ای ایده‌آل برای کاربردهای سبک‌وزن با نیاز به سختی بالا تبدیل می‌کند. در مقابل، P پایین‌ترین فرکانس را در تمام سطوح تخلخل دارد و نرخ کاهش فرکانس آن نیز سریع‌تر است، که نشان‌دهنده حساسیت بیشتر ساختار آن به افزایش تخلخل است. ساختار IWP رفتاری مشابه P نشان می‌دهد و در اکثر نقاط فرکانسی نزدیک به آن دارد. این تفاوت‌ها به وضوح بیانگر تأثیر عمیق مورفولوژی داخلی TPMS بر رفتار دینامیکی سازه است و امکان انتخاب هدفمند ساختار مناسب را بر اساس ترکیب مطلوبی از سبکی، تخلخل و عملکرد دینامیکی فراهم می‌سازد.

شکل (۴) نشان می‌دهد که فرکانس طبیعی بدون بعد در هر سه ساختار TPMS با افزایش نسبت جرمی (یعنی کاهش تخلخل) افزایش می‌یابد، که نشان‌دهنده بالارفتن سختی سازه است. در تمام سطوح جرمی، G بالاترین فرکانس را دارد و در نسبت‌های جرمی پایین به‌طور قابل‌توجهی برتری دارد، که نشان‌دهنده برتری آن در حفظ سفتی در سازه‌های پرتخلخل است. مشاهده می‌شود P کمترین فرکانس را دارد و رفتار ملایم‌تری دارد، در حالی که IWP عملکردی میانه دارد و در نسبت‌های جرمی بالا تقریباً به G می‌رسد.



شکل ۳. تأثیر ضریب تخلخل بر فرکانس طبیعی بی‌بعد ورق.

روند یکنواخت و نزولی فرکانس طبیعی بی‌بعد شکل (۵) در هر سه ساختار TPMS تأیید می‌کند که اثر هندسی غالب است. با این حال، رتبه‌بندی عملکرد دینامیکی ساختارها در تمام مقادیر h/a بدون تغییر باقی می‌ماند و G همواره بالاترین فرکانس طبیعی را دارد که نشان‌دهنده برتری ذاتی آن در نسبت سفتی به چگالی (E/ρ) است؛ پس از آن IWP و سپس P قرار دارند. این ثبات نشان می‌دهد که مورفولوژی TPMS به‌گونه‌ای عمیق بر رفتار دینامیکی سازه تأثیر می‌گذارد که حتی با تغییر هندسه ماکرو (نسبت h/a) نیز برتری G حفظ شده و آن را به گزینه‌ای ایده‌آل برای کاربردهایی که نیازمند فرکانس طبیعی بالاتر، سبکی و کارایی ساختاری همزمان هستند، تبدیل می‌کند.

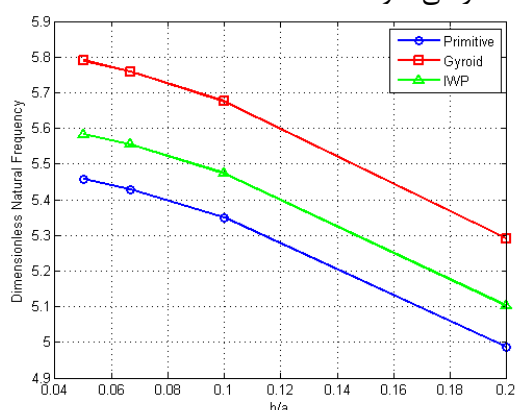


شکل ۴. تأثیر نسبت جرمی بر فرکانس طبیعی بی‌بعد.

۶- نتیجه‌گیری

این مطالعه به‌صورت سیستماتیک تأثیر پارامترهای هندسی و مورفولوژیکی بر فرکانس طبیعی بی‌بعد ساختارهای متخلخل TPMS را بررسی کرده است. یافته‌ها نشان می‌دهند که ساختار Gyroid در تمام شرایط بررسی‌شده بالاترین فرکانس طبیعی را از خود نشان می‌دهد، که نشان‌دهنده برتری آن در نسبت سفتی به چگالی است. در مقابل، ساختار Primitive کمترین فرکانس و بیشترین حساسیت به افزایش تخلخل را دارد و به‌دلیل رفتار انعطاف‌پذیرتر، برای کاربردهایی مانند جذب انرژی و میرایی ارتعاش

مناسب‌تر است. ساختار IWP عملکردی میانه دارد و در نسبت‌های جرمی بالا، تقریباً به Gyroid نزدیک می‌شود، که آن را به گزینه‌ای متعادل و قابل اعتماد برای طراحی‌های کاربردی تبدیل می‌کند. این یافته‌ها چارچوبی دقیق و کاربردی برای طراحی هدفمند سازه‌های سبک‌وزن متخلخل فراهم می‌کند. با انتخاب مناسب نوع TPMS و تنظیم پارامترهای هندسی-جرمی، می‌توان خواص ارتعاشی سازه را به‌صورت قابل پیش‌بینی و بهینه‌سازی شده، برای کاربردهای مختلف مهندسی — از صنایع هوافضا و خودروسازی تا دستگاه‌های پزشکی و عایق‌بندی صوتی — طراحی نمود.



شکل ۵. تاثیر نسبت h/a بر فرکانس طبیعی بی‌بعد.

مراجع

- Haney, C.W. and H.R. Siller, "Properties of Hyper-Elastic-Graded Triply Periodic Minimal Surfaces" *Polymers* 15(23): p. 4475 (2023).
- Xu, H., et al., "Piezoelectric properties of triply periodic minimum surface structures" *Composites Science and Technology* 200: p. 108417 (2020).
- Manogharan, P. and A. Erturk, "Topological interface modes in 3D-printed triply periodic minimal surface phononic crystals" *Materials & Design* 252: p. 113749 (2025).
- Wang, K., et al., "Mechanical behavior of interpenetrating phase composite structures based on triply periodic minimal surface lattices" *Composite Structures* 337: p. 118044 (2024).
- Fu, H., X. Huang, and S. Kaewunruen, "Experimental investigations into nonlinear dynamic behaviours of triply periodical minimal surface structures" *Composite Structures* 323: p. 117510 (2023).
- Simsek, U., et al., "Parametric studies on vibration characteristics of triply periodic minimum surface sandwich lattice structures" *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 115(3): p. 675-690 (2021).
- Lu, J.-Y., et al., "Insights into acoustic properties of seven selected triply periodic minimal surfaces-based structures: A numerical study" *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control* 43(1): p. 208-219 (2024).
- Chouhan, G., P. Bidare, and G. Bala Murali, "Triply periodic minimal surface based lattices for acoustic performance" *Noise & Vibration Worldwide* 55(8): p. 454-468 (2024).
- Dai, H., et al., "Fiber-Reinforced Energy-Absorbing and Vibration-Isolating Mechanical Metamaterials Based on Triply Periodic Minimal Surfaces" *Advanced Engineering Materials* 26(15): p. 2400017 (2024).
- Ermolenko, S. and P. Snopov, "Porosity and topological properties of triply periodic minimal surfaces" *arXiv preprint arXiv:2406.16215* (2024).
- Altintas, G., "Vibration properties of TPMS based structures" *International Journal of Scientific and Technological Research* 4: p. 27-42 (2018).
- Tran, K.Q., et al., "Three novel computational modeling frameworks of 3D-printed graphene platelets reinforced functionally graded triply periodic minimal surface (GPLR-FG-TPMS) plates" *Applied Mathematical Modelling* 126: p. 667-697 (2024).
- Touratier, M., "An efficient standard plate theory" *International journal of engineering science* 29(8): p. 901-916 (1991).
- Wang, X. and T. Fu, "Improvement of broadband low-frequency sound insulation of sandwich plates with negative Poisson's ratio butterfly-shaped auxetic cellular" *Engineering Analysis with Boundary Elements* 166: p. 105852 (2024).