

بررسی نانوپوسته‌های استوانه‌ای آگزتیک پروانه‌ای: تحلیل دینامیکی غیرموضعی ارتعاشات آزاد و بهینه‌سازی پارامترهای هندسی برای کاربردهای نانومکانیکی

سپیده نصرتی^{۱*}، امید رحمانی^۱ و سید امیرحسین حسینی^۲

^۱ ایران، زنجان، دانشگاه زنجان، آزمایشگاه سازه‌های هوشمند و مواد پیشرفته، گروه مهندسی مکانیک، استاد

^۲ ایران، بوئین زهرا، دانشگاه فنی بوئین زهرا، گروه مهندسی صنایع، مکانیک و هوافضا، دانشیار

*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: sepide_nosrati@znu.ac.ir

چکیده

این پژوهش به مطالعه رفتار ارتعاشی یک ساختار آگزتیک جدید با طرح لانه‌زنبوری پروانه‌ای شکل می‌پردازد که پتانسیل بالایی برای کاربرد در طراحی و بهینه‌سازی مواد و سازه‌های پیشرفته در مقیاس نانو دارد. در این مقاله، ویژگی‌های ارتعاشات آزاد نانوپوسته‌های استوانه‌ای ساخته‌شده از این ماده آگزتیک مورد تحلیل قرار گرفته است. برای استخراج معادلات حاکم، از تئوری تغییرشکل برشی مرتبه بالا در چارچوب تئوری غیرموضعی و با بهره‌گیری از اصل همپلتون استفاده شده است. حل این معادلات با روش تحلیلی ناویر انجام گرفته و پاسخ ارتعاشی نانوپوسته‌ها به‌دست آمده است. در ادامه، اثر پارامترهای کلیدی از جمله پارامتر غیرموضعی و ابعاد هندسی سلول‌های پروانه‌ای شکل بر پاسخ دینامیکی نانوپوسته، به‌صورت جامع مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد اگرچه پارامتر غیرمحلی به دلیل اثر نرم‌کنندگی، همواره سبب کاهش فرکانس طبیعی در نانوپوسته‌های آگزتیک پروانه‌ای می‌شود، اما پارامترهای هندسی تأثیر بسیار قوی‌تر و تعیین‌کننده‌تری بر پاسخ دینامیکی سازه دارند.

کلمات کلیدی: ساختار آگزتیک پروانه‌ای؛ نانوپوسته‌های استوانه‌ای؛ تئوری غیرموضعی؛ ارتعاشات آزاد.

۱- مقدمه

مواد معمولی ضریب پواسون مثبت از خود نشان می‌دهند، به این معنی که تحت نیروهای فشاری عرضی منقبض می‌شوند. از سوی دیگر، فرامواد دارای ضریب پواسون منفی هستند که به آن‌ها اجازه می‌دهد در شرایط بارگذاری مشابه، منبسط شوند. این ویژگی متمایز، عنوان "مواد آگزتیک" را به آن‌ها می‌دهد [۱]. رفتار آگزتیک عمدتاً با تغییرشکل‌های ریزساختاری خاصی از جمله ساختارهای مقعر [۲]، ساختارهای دوار [۳] و ساختارهای کایرال [۴] مرتبط است. اخیراً، پژوهش بر روی طراحی توپولوژیکی مواد آگزتیک به سمت

الهام‌گیری از مواد طبیعی برای بهبود خواص مکانیکی کلی سازه‌ها تغییر کرده است [۵]. یک ساختار لانه‌زنبوری آگزتیک جدید با شکل پروانه‌ای با تلفیق عناصر الگوی پروانه و ساختار لانه‌زنبوری ستاره‌ای ایجاد شد. این نوآوری، ضریب پواسون منفی را به طور بهینه با سفتی درون‌صفحه بهبودیافته ترکیب کرد [۶]. در ساختار پروانه‌ای، هم مدول الاستیک نسبی و هم اثر آگزتیک به طور قابل توجهی بهبود یافت که منجر به افزایش سفتی در عین حفظ سطح بالایی از رفتار آگزتیک شد [۷]. در سال‌های اخیر، مواد آگزتیک به عوامل کلیدی در کاربردهای نانو ساختاری تبدیل شده‌اند [۸]. لیم و همکاران [۹] یک مدل مرتبه بالاتر تئوری گرادیان کرنش غیرموضعی ایجاد کردند و افزایش سفتی را برای طول موج‌های بسیار بلند پیش‌بینی کردند. فالخ و همکاران [۱۰] ارتعاش اجباری نانوپوسته را با استفاده از تئوری گرادیان کرنش غیرموضعی تحلیل کردند. ژو و همکاران [۱۱] ارتعاش غیرخطی وابسته به اندازه نانوپوسته‌های با انحنای دوگانه پیزوالکتریک ویسکوالاستیک درجه‌بندی شده عملکردی را با استفاده از تئوری پیزوالکتریسیته سطحی بررسی کردند. فام و همکاران [۱۲] یک رویکرد تحلیلی برای تحلیل ارتعاش آزاد پوسته‌های ساندویچی تقویت‌شده با انحنای دوگانه با صفحات رویه از جنس مواد درجه‌بندی شده عملکردی و لایه هسته از جنس ماده لانه‌زنبوری آگزتیک ارائه دادند. نتیجه گرفته شد که راه‌حل‌های بهینه کاملاً به نسبت ماده درجه‌بندی شده عملکردی، هندسه پوسته و پارامترهای هندسی هسته لانه‌زنبوری آگزتیک بستگی دارند. دوک و همکاران [۱۳] پاسخ دینامیکی و ارتعاش پوسته‌های با انحنای دوگانه کامپوزیتی با هسته لانه‌زنبوری آگزتیک بر روی بستر الاستیک تحت بارهای انفجاری و میرایی را با استفاده از حل تحلیلی مطالعه کردند. فانگ-وان و همکاران [۱۴] یک روش محاسباتی برای بررسی رفتار نانوقرقرق‌های لانه‌زنبوری توسعه دادند. فانگ و همکاران [۱۵] ویژگی‌های ارتعاشی یک نانوپوسته استوانه‌ای آگزتیک اوریگامی قابل تغییر شکل برشی با محیط مکانیکی و حرارتی را بررسی کردند. این رویکرد از هر دو تئوری غیرموضعی و گرادیان کرنش استفاده می‌کند. این مطالعات نشان داده‌اند که شکل و ابعاد سلول آگزتیک اثر مهمی بر فرکانس طبیعی دارد.

در مطالعه حاضر، از یک تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر و تئوری غیرموضعی، برای تحلیل ارتعاش آزاد نانوپوسته‌های استوانه‌ای لانه‌زنبوری با شکل پروانه‌ای استفاده شده است. معادله حرکت با استفاده از اصل همیلتون استخراج شده و پاسخ‌های ارتعاش آزاد نانوپوسته‌های پروانه‌ای با استفاده از حل ناویر استخراج شده‌اند. علاوه بر این، چگونگی تأثیر پارامتر غیرموضعی و ابعاد هندسی ساختار آگزتیک پروانه‌ای بر پاسخ نانوپوسته پروانه‌ای مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- فرمول‌بندی تئوری

۲-۱- مدل ساختار آگزتیک پروانه‌ای

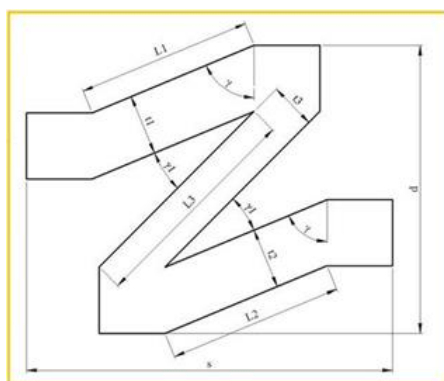
شکل (۱-الف)، پیکربندی و جزئیات ساختاری پوسته‌ی استوانه‌ای آگزتیک پروانه‌ای را نشان می‌دهد. برای تحلیل پارامتریک، ساختار با ابعاد a در جهت y و b در جهت x و ضخامت پوسته h تعریف می‌شود. شعاع انحنای نیز با R نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل (۱-ب) نشان داده شده، پارامترهای هندسه سلول پروانه‌ای به صورت زیر تعریف می‌شود: L_1 ، L_2 و L_3 طول بازو؛ γ_1 و γ_2 زاویه مایل سلول؛ t_1 ، t_2 و t_3 ضخامت بازوها؛ s طول یک چهارم سلول در جهت x ؛ d طول یک چهارم سلول در جهت y . فرمول‌های زیر می‌توانند برای محاسبه پارامترهای معادل مواد الاستیک ساختار پروانه‌ای شکل استفاده شوند [۱۶]:

$$\begin{aligned} E_1^{BSH} &= \frac{E}{\eta_1((e^3 - e)\cos^2 \eta + 2 + e)}, E_2^{BSH} = \frac{E\eta_1}{(e^3 - e)\sin^2 \eta + 2 + e}, \\ G_{12}^{BSH} &= \frac{Esd}{2d^2k_1(k_1^2(\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma) + T)}, G_{13}^{BSH} = G_{23}^{BSH} = \frac{G(2\cos \gamma + \cos \eta)^2}{sd(2k_1 + e)}, \\ \nu_{12}^{BSH} &= -\frac{(e^3 - e)\sin 2\eta}{2\eta_1(e + 2 + (e^3 - e)\cos^2 \eta)}, \nu_{21}^{BSH} = -\frac{\eta_1(e^3 - e)\sin 2\eta}{2(e + 2 + (e^3 - e)\sin^2 \eta)}, \\ \rho^{BSH} &= \rho \frac{4t^2 + 2L_1t \sin \gamma + L_3t \cos \eta}{sd} \end{aligned} \quad (1)$$

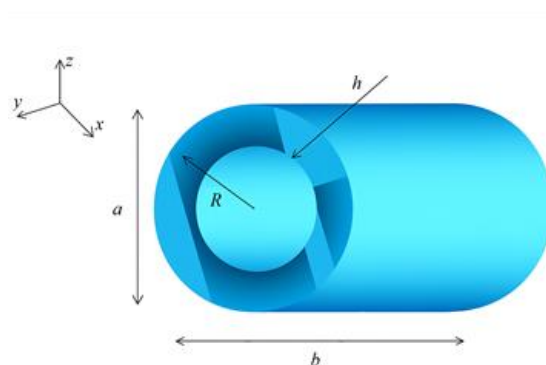
که E نشان‌دهنده مدول یانگ، ρ نشان‌دهنده چگالی، G نشان‌دهنده مدول برشی و ν نشان‌دهنده ضریب پواسون است. در ادامه رابطه بین پارامترها را می‌توان به صورت زیر به دست آورد [۷]:

$$\eta = \gamma - \gamma_1, \eta_1 = \frac{d}{s}, t_1 = t_2 = t \sin \gamma, t_3 = t \cos \eta, e = \frac{L_3}{t_3}, s = 3t + 2L_1 \sin \gamma - L_3 \sin \eta, k_1 = \frac{L_1}{t_1}, \quad (2)$$

$$d = 2t + L_3 \cos \eta, T = e(s \sin \eta - d \cos \eta)^2 + e^3(d \sin \eta + s \cos \eta)^2$$



(ب)



(الف)

شکل ۱. الف) شماتیک نانوپوسته استوانه‌ای ب) شماتیک سلول پروانه‌ای

۲-۲- نظریه غیرمحلی

تئوری‌های غیرکلاسیک به دلیل محدودیت‌های تئوری کلاسیک در تحلیل سازه‌های با ابعاد کوچک (در مقیاس میکرو و نانو) توسعه یافته‌اند. تئوری کلاسیک، با فرض پیوستگی محیط و وابستگی تنش به کرنش در همان نقطه، قادر به در نظر گرفتن اثرات ناپیوستگی‌های ذاتی در مقیاس‌های کوچک نیست. در مقابل، تئوری‌های غیرکلاسیک مانند تئوری الاستیسیته غیرموضعی، با معرفی پارامترهای جدید مانند طول مشخصه ماده و در نظر گرفتن اثرات دوربرد و ناپیوستگی‌های ذاتی، ابزارهای قدرتمندی برای تحلیل رفتار مکانیکی سازه‌ها در مقیاس‌های کوچک هستند. در نظریه غیرمحلی، در مورد یک نانوپوسته، تنش کل تانسور Λ به شکل زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$\Lambda_{ij} - \mu^2 \nabla^2 \Lambda_{ij} = Q_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (3)$$

در معادله فوق، μ نماینده ضریب حاکم بر غیرمحلی بودن می‌باشد.

۲-۳- نظریه تغییر شکل برشی مرتبه بالا

میدان جابجایی در یک نقطه دلخواه از نانوپوسته به صورت زیر بیان می‌شود [۱۷]:

$$\begin{cases} U_1(x, y, z, t) = (1 + \frac{z}{R})u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ U_2(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \\ U_3(x, y, z, t) = w_b + w_s \end{cases} \quad (4)$$

که در آن u_0 و v_0 نمایانگر جابجایی‌های درون صفحه‌ای هستند، در حالی که w_b و w_s به ترتیب مؤلفه‌های خمش و برش جابجایی عرضی هستند. $f(z)$ تابعی است که توزیع تنش‌ها و کرنش‌های برشی عرضی را در سراسر ضخامت پوسته تعریف می‌کند و به صورت تابع سینوسی به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۸]:

$$f(z) = z - \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (5)$$

و

$$g(z) = 1 - \frac{\partial f(z)}{\partial z} \quad (6)$$

۳- معادلات حرکت

برای استخراج معادلات حاکم بر نانویپوسته‌ها، اصل همیلتون به صورت زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta U - \delta K) dt = 0 \quad (7)$$

که در آن δU و δK به ترتیب نمایانگر تغییرات انرژی کرنشی و تغییرات انرژی جنبشی هستند. با استفاده از معادله (۷)،

معادلات حرکت به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned} & (A_{11} + \frac{2B_{11}}{R} + \frac{F_{11}}{R^2}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + (\frac{A_{11}}{R} + \frac{B_{11}}{R^2}) (\frac{\partial w_b}{\partial x} + \frac{\partial w_s}{\partial x}) + (A_{12} + A_{66} + \frac{B_{12}}{R} + \\ & \frac{B_{66}}{R}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} - (B_{11} + \frac{F_{11}}{R}) \frac{\partial^3 w_b}{\partial x^3} - (B_{11b} + \frac{F_{11b}}{R}) \frac{\partial^3 w_s}{\partial x^3} + (A_{66} + \frac{2B_{66}}{R} + \frac{F_{66}}{R^2}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} - (B_{12} + \\ & 2B_{66} + \frac{F_{12}}{R} + \frac{2F_{66}}{R}) \frac{\partial^3 w_b}{\partial x \partial y^2} - (B_{12b} + 2B_{66b} + \frac{F_{12b}}{R} + \frac{2F_{66b}}{R}) \frac{\partial^3 w_s}{\partial x \partial y^2} + \\ & (1 - \mu^2 \nabla^2) [-I_{01} \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + I_{11} \frac{\partial^3 w_b}{\partial x \partial t^2} + J_{11} \frac{\partial^3 w_s}{\partial x \partial t^2}] = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & (A_{12} + \frac{B_{12}}{R} + A_{66} + \frac{B_{66}}{R}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_b}{\partial y \partial x^2} - \\ & (B_{12b} + 2B_{66b}) \frac{\partial^3 w_s}{\partial y \partial x^2} + A_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + \frac{A_{12}}{R} (\frac{\partial w_b}{\partial y} + \frac{\partial w_s}{\partial y}) - B_{22} \frac{\partial^3 w_b}{\partial y^3} - B_{22b} \frac{\partial^3 w_s}{\partial y^3} + \\ & (1 - \mu^2 \nabla^2) [-I_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + I_{12} \frac{\partial^3 w_b}{\partial y \partial t^2} + J_{12} \frac{\partial^3 w_s}{\partial y \partial t^2}] = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & (B_{11} + \frac{F_{11}}{R}) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + \frac{B_{11}}{R} (\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2}) - F_{11} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - F_{11b} \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} + \\ & (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} - 2(F_{12} + 2F_{66}) \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - 2(F_{12b} + 2F_{66b}) \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} + (B_{12} + 2B_{66} + \\ & \frac{2F_{66}}{R} + \frac{F_{12}}{R}) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} + 2 \frac{B_{12}}{R} \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} + (\frac{B_{12}}{R} + \frac{B_{12b}}{R}) \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} + B_{22} \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} - F_{22} \frac{\partial^4 w_b}{\partial y^4} - F_{22b} \frac{\partial^4 w_s}{\partial y^4} - \\ & (\frac{A_{11}}{R} + \frac{B_{11}}{R^2}) \frac{\partial u_0}{\partial x} - \frac{A_{11}}{R^2} (w_b + w_s) - \frac{A_{12}}{R} \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{B_{11b}}{R} \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} + \frac{B_{11}}{R} \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} + \\ & (1 - \mu^2 \nabla^2) [-I_0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial t^2} - I_{11} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial t^2} - I_{12} \frac{\partial^3 v_0}{\partial y \partial t^2} + I_2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w_b}{\partial t^2} + J_2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w_s}{\partial t^2}] = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 & (B_{11b} + \frac{F_{11b}}{R}) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + \frac{B_{11b}}{R} (\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2}) + (B_{12b} + 2B_{66b}) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} - F_{11b} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - \\
 & H_{11} \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} - 2(F_{12b} + 2F_{66b}) \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - 2(H_{12} + 2H_{66}) \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} + (B_{12b} + 2B_{66b} + \frac{2F_{66b}}{R} + \\
 & \frac{F_{12b}}{R}) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} + (\frac{B_{12b}}{R} + \frac{B_{12}}{R}) \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} + B_{22b} \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} + (\frac{2B_{12b}}{R} + A_{44s}) \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} - F_{22b} \frac{\partial^4 w_b}{\partial y^4} - H_{22} \frac{\partial^4 w_s}{\partial y^4} + \\
 & (\frac{B_{11b}}{R} + A_{55s}) \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} + \frac{B_{11}}{R} \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} - (\frac{A_{11}}{R} + \frac{B_{11}}{R^2}) \frac{\partial u_0}{\partial x} - \frac{A_{12}}{R} \frac{\partial v_0}{\partial y} - \frac{A_{11}}{R^2} (w_b + w_s) + \\
 & (1 - \mu^2 \nabla^2) [-I_0 \frac{\partial^2 (w_b + w_s)}{\partial t^2} - J_{11} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial t^2} - J_{12} \frac{\partial^3 v_0}{\partial y \partial t^2} + J_2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w_b}{\partial t^2} + K_2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w_s}{\partial t^2}] = 0
 \end{aligned} \quad (11)$$

۴- حل تحلیلی

این بخش به حل معادلات دیفرانسیل جزئی با استفاده از روش سری‌های فوریه دوگانه اختصاص دارد. شرایط مرزی برای تکیه‌گاه ساده در مرزها ارضا شده است.

$$u_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} U_{0nm} e^{j\omega t} \cos(\theta x) \sin(\varphi y), v_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} V_{0nm} e^{j\omega t} \sin(\theta x) \cos(\varphi y) \quad (12)$$

$$w_b = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} W_{bnm} e^{j\omega t} \sin(\theta x) \sin(\varphi y), w_s = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} W_{snm} e^{j\omega t} \sin(\theta x) \sin(\varphi y)$$

که در آن، m و n شماره مد و ω فرکانس طبیعی است. سپس با حل مسئله مقدار ویژه استاندارد زیر، فرکانس طبیعی بدست

می‌آید:

$$([K] - \omega^2 [M]) \{X\} = 0 \quad (13)$$

که در آن $[K]$ و $[M]$ به ترتیب ماتریس‌های سفتی و جرم هستند.

۵- نتایج و بحث

این بخش به تحلیل تأثیر پارامترهای کلیدی از جمله پارامتر غیرمحملی (μ) و ابعاد هندسی نانوساختار آگرتیک پروانه‌ای بر پاسخ ارتعاشات آزاد پوسته‌های نانویی استوانه‌ای می‌پردازد. در این بررسی جنس مواد از طلا با خواص مدول یانگ $E_G = 79$ گیگاپاسکال، چگالی $\rho_G = 19/3$ گرم بر سانتیمتر مکعب، ضریب پواسون $\nu_G = 0/42$ و مدول برشی $G_G = 27$ گیگاپاسکال برای استفاده در این مقاله انتخاب شده است. فرکانس طبیعی بی بعد از رابطه $\bar{\omega} = \omega \frac{a^2}{h} \sqrt{\frac{\rho_{BSH}}{E_1^{BSH}}}$ محاسبه می‌شود. جدول (۱) مربوط به فرکانس طبیعی یک صفحه ساندویچی با هسته‌ای سلولی به شکل پروانه‌ای است و نتایج آن با نتایج گزارش شده توسط وانگ [۱۶] که از نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول استفاده کرده‌اند، مقایسه شده‌اند.

جدول ۱. اعتبارسنجی مقدار فرکانس طبیعی محاسبه شده در پژوهش حاضر با مطالعات پیشین

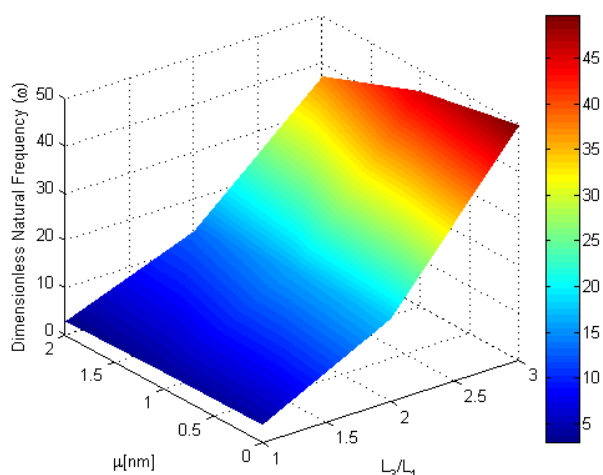
شماره مود	مطالعه حاضر [Hz]	مرجع [۱۶] [Hz]
اول	۲۵۳/۷۴	۲۵۴/۷۴
دوم	۶۳۵/۶۲	۶۳۵/۶۲

نتایج تحلیل جدول (۲) به وضوح نشان‌دهنده برهمکنش پیچیده و معنادار بین ضخامت بازو (t) و پارامتر غیرموضعی (μ) بر فرکانس طبیعی بی‌بعد است، به‌طوری که افزایش پارامتر غیرموضعی به دلیل اثر نرم‌کنندگی، همواره و به‌صورت یکنواخت منجر به کاهش فرکانس در تمامی مقادیر ضخامت می‌شود؛ در حالی که تغییرات ضخامت یک رفتار غیرخطی و بهینه را ایجاد می‌کند، به این ترتیب که با کاهش ضخامت از 0.008 nm به 0.002 nm ، فرکانس ابتدا کاهش یافته و در حدود $t=0.004 \text{ nm}$ به حداقل خود رسیده و سپس مجدداً افزایش می‌یابد که این مسئله حاکی از غلبه تأثیر کاهش جرم بر کاهش سفتی در مقادیر بسیار کم ضخامت است. در نهایت، بالاترین فرکانس مربوط به ترکیب کمترین پارامتر غیرموضعی ($\mu=0$) و کمترین ضخامت ($t=0.002 \text{ nm}$) می‌باشد که نشان‌دهنده حساسیت بالای پاسخ دینامیکی ساختار به این دو پارامتر در مقیاس نانو است.

جدول ۲. تأثیر ضخامت بازو و پارامتر غیرموضعی بر فرکانس طبیعی بی‌بعد ($L_1=0.008 \text{ nm}$, $L_2=0.008 \text{ nm}$, $L_3=0.008 \text{ nm}$, $\gamma=\pi/3$, $\gamma_1=\pi/6$).

$t[\text{nm}]$	۰/۰۰۸	۰/۰۰۶	۰/۰۰۴	۰/۰۰۲
$\mu=0$	۵/۰۳۷	۴/۶۴۷	۴/۴۹۴	۵/۲۲
$\mu=1$	۴/۶۰۳	۴/۲۴۷	۴/۱۰۷	۴/۷۷
$\mu=2$	۳/۷۶۵	۳/۴۷۴	۳/۳۵۹	۳/۹۰۲

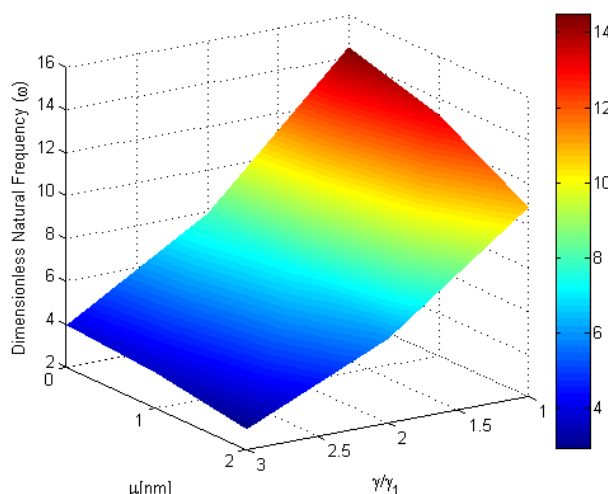
نتایج حاصل از نمودار سه‌بعدی شکل (۲)، به وضوح دو روند کاملاً متمایز و قدرتمند را نشان می‌دهد. اولاً، با افزایش نسبت طول بازوها از ۱ به ۳، تحت تأثیر هر مقدار ثابتی از پارامتر غیرموضعی، فرکانس طبیعی بی‌بعد به صورت نمایی و بسیار شدیدی افزایش می‌یابد؛ این پدیده را می‌توان به افزایش چشمگیر سفتی و تغییر شکل‌پذیری کلی ساختار سلولی در اثر طول شدن بازوی L_3 نسبت داد، گویی که با افزایش این نسبت، سازه به طور فزاینده‌ای صلب‌تر شده و در برابر ارتعاش مقاومت می‌کند.



شکل ۲. تأثیر طول بازو و پارامتر غیرموضعی بر فرکانس طبیعی بی‌بعد ($t=0.002 \text{ nm}$, $L_1=0.008 \text{ nm}$, $L_2=0.008 \text{ nm}$, $\gamma=\pi/3$, $\gamma_1=\pi/6$).

در مقابل، روند دوم حاکی از آن است که افزایش پارامتر غیرموضعی (μ) از ۰ به 2 nm ، به دلیل اثر نرم‌کنندگی ذاتی خود در تئوری غیرموضعی، به صورت پیوسته باعث کاهش فرکانس طبیعی در تمامی نسبت‌های L_3/L_1 می‌شود، اما جالب اینجاست که حتی در بیشترین مقدار $\mu=2 \text{ nm}$ نیز، فرکانس ساختار با نسبت $L_3/L_1=3$ همچنان به مراتب بالاتر از فرکانس ساختار با نسبت $L_3/L_1=1$ و $\mu=0$ باقی می‌ماند. این مشاهده حاکی از آن است که تأثیر هندسی نسبت بازوها در مقایسه با اثر مقیاس نانو (پارامتر غیرموضعی) عاملی تعیین‌کننده در فرکانس طبیعی نانو ساختار آگزتیک پروانه‌ای است.

نتایج نمودار شکل (۳) نشان می‌دهد که نسبت زاویه‌های سلول (γ/γ_1) تأثیر تعیین‌کننده‌ای بر فرکانس طبیعی دارد، به‌طوری که با افزایش این نسبت از ۱ به ۳، فرکانس به‌طور پیوسته کاهش می‌یابد که نشان‌دهنده اثر نرم‌شدگی هندسی ناشی از تغییر مکانیزم تغییر شکل سلول است. در مقابل، افزایش پارامتر غیرموضعی (μ) نیز در هر نسبت زاویه‌ای ثابت، به دلیل اثر نرم‌کنندگی مقیاس نانو، کاهش فرکانس را در پی دارد، اما شدت این اثر در مقایسه با تأثیر چشمگیر نسبت زاویه‌ها بسیار کمتر است. در نتیجه، پارامترهای هندسی به عنوان اهرم اصلی و قدرتمندتری برای کنترل پاسخ دینامیکی این نانو ساختارها عمل می‌کنند.



شکل ۳. تاثیر زاویه سلول و پارامتر غیرموضعی بر فرکانس طبیعی بی‌بعد ($t=0.002\text{nm}$, $L_1=0.008\text{nm}$, $L_2=0.008\text{nm}$, $L_3=0.01\text{nm}$, $\gamma_1=\pi/8$).

جدول (۳) نشان‌دهنده تأثیر چشمگیر و غیرخطی نسبت ابعاد پوسته (a/b) بر فرکانس طبیعی نانوپوسته است، به‌طوری که با افزایش این نسبت از ۰/۵ به ۳، تحت تأثیر هر مقدار ثابتی از پارامتر غیرموضعی (μ)، فرکانس طبیعی به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد (برای $\mu=0$ از ۴/۷۷۶ به ۵۸/۰۷۵ رسیده که نشان‌دهنده رشد بیش از ۱۲ برابری است). این پدیده عمدتاً ناشی از تغییر قابل‌توجه در سفتی خمشی پوسته در جهت محور بلندتر (a) است. در مقابل، افزایش پارامتر غیرموضعی (μ) از ۰ به ۲، همانند سایر موارد، به‌دلیل اثر نرم‌کنندگی، در هر نسبت ابعادی ثابت باعث کاهش فرکانس می‌شود، اما نکته حائز اهمیت اینجاست که حتی در شرایط حداکثری $\mu=2$ نیز، فرکانس طبیعی در نسبت $a/b=3$ (۴۸/۴۱۸) همچنان تقریباً ۱۰ برابر بزرگتر از حالت $a/b=0.5$ با $\mu=0$ (۴/۷۷۶) است.

جدول ۳. تاثیر ابعاد و پارامتر غیرموضعی بر فرکانس طبیعی بی‌بعد ($t=0.002\text{nm}$, $L_1=0.008\text{nm}$, $L_2=0.008\text{nm}$, $L_3=0.01\text{nm}$, $\gamma=\pi/3$, $\gamma_1=\pi/6$, $b=1.0\text{nm}$)

a/b	۰/۵	۱	۲	۳
$\mu=0$	۴/۷۷۶	۵/۲۲	۳۱/۰۲۲	۵۸/۰۷۵
$\mu=1$	۳/۹۰۸	۴/۷۷	۲۹/۲۶۹	۵۵/۱۳
$\mu=2$	۲/۷۷	۳/۹۰۲	۲۵/۳۸۵	۴۸/۴۱۸

۶- نتیجه‌گیری

در نتیجه‌گیری کلی این مطالعه می‌توان عنوان نمود که اگرچه پارامتر غیرمحملی (μ) به دلیل اثر نرم‌کنندگی، همواره سبب کاهش فرکانس طبیعی در نانوپوسته‌های آگرتیک پروانه‌ای می‌شود، اما پارامترهای هندسی شامل ضخامت بازو (t)، نسبت طول بازوها (L_3/L_1)، نسبت زاویه‌های سلول (γ/γ_1) و نسبت ابعاد پوسته (a/b) تأثیر بسیار قوی‌تر و تعیین‌کننده‌تری بر پاسخ دینامیکی سازه دارند؛ به‌طوری که تغییرات این پارامترها می‌تواند منجر به تغییرات چندبرابری در فرکانس طبیعی شود و حتی اثر کاهش پارامتر غیرمحملی را نیز تحت‌الشعاع قرار دهد. این یافته نشان می‌دهد که در طراحی نانوساختارهای آگرتیک، تنظیم و بهینه‌سازی ابعاد هندسی می‌تواند به عنوان راهبردی مؤثرتر برای دستیابی به پاسخ ارتعاشی مطلوب در مقایسه با کنترل صرف اثرات مقیاس نانو مورد توجه قرار گیرد.

مراجع

1. Yan, X., et al., "Research and defence application progress of negative poisson's ratio materials" *Academic Journal of Materials & Chemistry* 4(1): p. 31-35 (2023).

2. Jeong, S. and H.H. Yoo, "Shape optimization of bowtie-shaped auxetic structures using beam theory" *Composite Structures* 224: p. 111020 (2019).
3. Dobnik Dubrovski, P., et al., "In-plane behavior of auxetic non-woven fabric based on rotating square unit geometry under tensile load" *Polymers* 11(6): p. 1040 (2019).
4. Ebrahimi, F., et al., "Thermo-mechanical vibration analysis of rotating nonlocal nanoplates applying generalized differential quadrature method" *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 24(15): p. 1257-1273 (2017).
5. Wang, C., et al., "Structure design and multi-objective optimization of a novel crash box based on biomimetic structure" *International Journal of Mechanical Sciences* 138: p. 489-501 (2018).
6. Valentini, L., S. Bittolo Bon, and N.M. Pugno, "Graphene and carbon nanotube auxetic rubber bionic composites with negative variation of the electrical resistance and comparison with their nonbionic counterparts" *Advanced Functional Materials* 27(24): p. 1606526 (2017).
7. Zhang, Z., et al., "A novel butterfly-shaped auxetic structure with negative Poisson's ratio and enhanced stiffness" *Journal of Materials Science* 56(25): p. 14139-14156 (2021).
8. Gomes, R.A., et al., "Tubular auxetic structures: A review" *Thin-Walled Structures* 188: p. 110850 (2023).
9. Lim, C., G. Zhang, and J. Reddy, "A higher-order nonlocal elasticity and strain gradient theory and its applications in wave propagation" *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 78: p. 298-313 (2015).
10. Faleh, N.M., R.A. Ahmed, and R.M. Fenjan, "On vibrations of porous FG nanoshells" *International Journal of Engineering Science* 133: p. 1-14 (2018).
11. Zhu, C., X. Fang, and S. Yang, "Nonlinear free vibration of functionally graded viscoelastic piezoelectric doubly curved nanoshells with surface effects" *The European Physical Journal Plus* 134(10): p. 486 (2019).
12. Pham, H.-A., et al., "Free vibration analysis and optimization of doubly-curved stiffened sandwich shells with functionally graded skins and auxetic honeycomb core layer" *Thin-Walled Structures* 179: p. 109571 (2022).
13. Duc, N.D., et al., "Dynamic response and vibration of composite double curved shallow shells with negative Poisson's ratio in auxetic honeycombs core layer on elastic foundations subjected to blast and damping loads" *International Journal of Mechanical Sciences* 133: p. 504-512 (2017).
14. Phung-Van, P., et al., "Nonlocal strain gradient analysis of honeycomb sandwich nanoscale plates" *Thin-Walled Structures* 198: p. 111746 (2024).
15. Fang, K., et al., "Free vibration analysis of graphene origami-reinforced nano cylindrical shell" *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 31(29): p. 12099-12111 (2024).
16. Wang, X. and T. Fu, "Improvement of broadband low-frequency sound insulation of sandwich plates with negative Poisson's ratio butterfly-shaped auxetic cellular" *Engineering Analysis with Boundary Elements* 166: p. 105852 (2024).
17. Tu, P.H., et al., "An isogeometric analysis approach for dynamic response of doubly-curved magneto electro elastic composite shallow shell subjected to blast loading" *Defence Technology* 41: p. 159-180 (2024).
18. Touratier, M., "An efficient standard plate theory" *International journal of engineering science* 29(8): p. 901-916 (1991).