

تحلیل فلاتر کلاسیک یک ردیف پره توربین گاز با مدل رتبه کاسته مبتنی بر روش ریتز

علیرضا نوروزی^{آ*}، سعیدشکراللهی^ب، سلمان شفقت^ج

^آ ایران، تهران، لویزان، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع هوافضا، ۱۵۸۷۵-۱۷۷۴، کارشناس ارشد

^ب دانشیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

^ج محقق، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: AlirezaNorouzi200@gmail.com

چکیده

توسعه طراحی توربین‌های گاز موجب افزایش اهمیت بحث آیرودالاستیسیته توربوماشین‌ها شده است و بخصوص روند توسعه موتورهای هوایی به کاهش سرعت فلاتر ردیف پره‌ها انجامیده است. در این پژوهش، یک مدل رتبه کاسته مبتنی بر روش ریتز معرفی شده است که از مدل تیر-شفث کلاسیک پیوسته برای سازه ردیف پره و مدل وایتهد توسعه یافته با نظریه نواری استفاده می‌کند و تأثیر توزیع متغیر سرعت جریان در طول دهانه پره را در نظر می‌گیرد. به کمک این مدل، از طریق استخراج نمودارهای V/g ، وقوع فلاتر نرم آشکار می‌شود، که موجب می‌شود به عنوان جایگزینی دقیق‌تر نسبت به روش متداول مقطع نمونه در مراحل ابتدایی طراحی توربین گاز، که دقت مناسب و هزینه محاسباتی کمی نیاز دارند، مطرح شود. صحت‌گذاری نتایج مودال و آیرودینامیک با قیاس با نتایج پژوهش‌های پیشین انجام شده است و فلاتر کلاسیک بر روی یک ردیف پره همسان تحلیل شده است. نهایتاً نشان داده شد که می‌توان با هزینه محاسباتی کم به نتایجی همچون آشکارسازی وقوع فلاتر نرم و ردیابی مود بحرانی‌تر با لحاظ مدهای بالاتر سازه دست یافت که پدیده‌ای مخاطره آمیز و بحث برانگیز است.

کلمات کلیدی: توربین گاز؛ ردیف پره؛ مدل رتبه کاسته؛ فلاتر.

۱- مقدمه

توربین گاز، به‌ویژه در موتورهای هوایی، به‌عنوان یکی از سیستم‌های پیشگام در عرصه مهندسی، همواره در حال تغییر و توسعه است. در این میان، بحث آیرودالاستیسیته توربوماشین‌ها روز به روز توجه بیشتری را جلب می‌کند [۱]. تلاش برای دستیابی به پره‌های

سبک‌تر با بازدهی آیرودینامیکی بالا، هزینه ساخت پایین‌تر، قابلیت اطمینان بیشتر، و مصرف سوخت کمتر، باعث حرکت به سمت طراحی‌های پیچیده‌تر مانند پره‌های کامپوزیتی یا توخالی، هندسه پیچیده‌تر، کاهش فاصله طبقات ردیف پره، یکپارچه شدن دیسک و پره، لبه حمله تیزتر، نسبت منظر بالاتر و افزایش بارگذاری آیرودینامیکی شده است. این تغییرات موجب تأثیر قابل توجهی بر ناپایایی جریان، کاهش بسامد طبیعی، کاهش میرایی اصطکاکی و در نهایت افزایش حساسیت آیروالاستیک می‌شوند. از این روی مطرح شده است که روند توسعه موتورهای هوایی به سمت خودکشی خودشان پیش می‌رود.

آیروالاستیسیته علمی است که تعامل بین سازه و آیرودینامیک را بررسی می‌کند. فلاتر یک نوسان ناپایدار آیروالاستیک است که بعد از سرعتی خاص به نام سرعت فلاتر رخ می‌دهد، جایی که در یک نوسان کامل، انرژی انتقال‌یافته از جریان به سازه برابر با میرایی سازه می‌شود. تفاوت شرایط آیرودینامیک و دینامیک سازه در ردیف پره نسبت به بال هواپیما باعث ایجاد تفاوت‌هایی در معادلات آیروالاستیک آن‌ها شده است، مانند اثرات آیرودینامیکی پره‌های مجاور که منجر به رفتار متفاوت فلاتر کلاسیک در آن شده است. در فلاتر کلاسیک یا فلاتر خمش-پیچش جفت‌شده جریان چسبیده به ایرفویل باقی می‌ماند و در طول نوسان دچار جدایش نمی‌شود. انتظار می‌رود که فلاتر کلاسیک ردیف‌پره بیشتر در مراحل با پره‌های با نسبت منظر بالاتر مانند فن، کمپرسور کم فشار و توربین کم فشار وقوع یابد [۲]. بطور کلی سه رویکرد کلاسیک، نیمه یکپارچه و یکپارچه در تحلیل فلاتر ردیف‌پره مطرح است که در این بین، روش حل مسأله مقدار ویژه با استفاده از مدل مقطع نمونه از متداول‌ترین روش‌های تحلیل فلاتر کلاسیک ردیف پره در مراحل طراحی مفهومی و اولیه است و این روش نتایج آیروالاستیک با دقت متوسطی را با هزینه محاسباتی کم در اختیار طراحان قرار می‌دهد، تا بتوانند اثر متغیرهای مختلف در این پدیده را مورد مطالعه قرار دهند.

بندیکسن و فریدمان [۳] برای اولین بار حل مسأله مقدار ویژه را برای فلاتر کلاسیک ردیف پره‌ها ارائه کردند و با استفاده از مدل مقطع نمونه، نتایج خود را گزارش دادند. همین روش بعداً توسط کازا و کیلب [۴] نیز بکار گرفته شد و توسعه آن، از جمله اثر ناهمسانی، مورد بحث قرار گرفت. یک مطالعه پارامتری جامع توسط پاتاک و همکاران [۵] با استفاده از همین روش انجام شد که نتایج کلی آن دید مهندسی مناسبی درباره حساسیت‌های آیروالاستیکی در متغیرهای اصلی طراحی یک ردیف پره برای طراحان توربین گاز ارائه داد. این روش با وجود فرضیات غیرواقعی به‌کاررفته، همچنان در پژوهش‌ها برای بحث نوآوری‌ها و بهینه‌سازی متداول است و در صنایع داخلی نیز گاهی مورد استفاده قرار گرفته است. در پژوهش حاضر، با استفاده از روابط جدید و بر پایه یک مدل پیوسته به جای مدل مقطع نمونه، یک مدل رتبه‌کاسته مبتنی بر روش ریتز ارائه شده است. این مدل از ترکیب مدل سازه تیر-شف‌ت کلاسیک و مدل آیرودینامیک ردیف‌پره وایتهد توسعه‌یافته با نظریه نواری و لحاظ توزیع متغیر سرعت جریان در طول دهانه پره استفاده می‌کند. همچنین، نمودار Vg مودهای بالاتر به جای نمودار مراکز هندسی ریشه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. این رویکرد نتایج واقعی‌تری ارائه می‌دهد، وقوع فلاتر نرم را آشکار می‌سازد و تغییرات مود فلاتر بحرانی را با هزینه محاسباتی پایین نمایان می‌کند.

۲- تئوری

با تعریف ماتریس جرم $[M]$ ، ماتریس سفتی $[K]$ ، بردار جابه‌جایی $(\vec{q})$ ، بردار شتاب $(\ddot{\vec{q}})$ و بردار بارگذاری خارجی $(\vec{F})$ ، معادله آیروالاستیک حاکم بر مقطع نمونه طبق رابطه (۱) معرفی می‌شود [۳، ۵].

$$[M]\ddot{\vec{q}} + [K]\vec{q} = \vec{F} \quad (1)$$

با لحاظ نوسان هارمونیک با بسامد ω ، رابطه فوق به شکل رابطه (۲) قابل بیان است، که جهت محاسبه بسامدهای طبیعی بی‌باد (بدون آثار آیرودینامیک) مقدار بارگذاری خارجی برابر صفر قرار داده می‌شود [۶].

$$(-\omega^2[M] + [K])\vec{q} = \vec{0} \quad (2)$$

نظریه آیرودینامیک ردیف‌پره وایتهد [۷]، تعمیمی از نظریه تئودورسن است که اثر آیرودینامیکی ایرفویل‌های مجاور را نیز در نظر می‌گیرد. این نظریه، در صورتی که فاصله پره‌ها بسیار زیاد شود، همان نتایج تئودورسن را خواهد داشت. نظریه وایتهد برای پره‌های غیروامانده در جریان تراکم‌ناپذیر، دو بعدی و غیرلرزش مطرح شده است. این نظریه از مفهوم زاویه فاز بین پره‌ای (IBPA)

استفاده می‌کند، که بیانگر این است که در یک ردیف پره همسان با تعداد پره مشخص (n)، تمامی پرها دامنه نوسان یکسان دارند، اما با اختلاف فاز ثابت که به آن زاویه فاز بین پره‌ای گفته می‌شود نوسان می‌کنند، که طبق فرض لین [۷]، طبق رابطه (۳) قابل بیان است و مود نوسان ردیف پره به مود زاویه فاز بین پره‌ای ردیف پره شناخته می‌شود.

$$\beta_i = \frac{2\pi i}{n}, i = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (3)$$

این نظریه امکان تحلیل فلاتر کلاسیک و ارتعاشات اجباری ناشی از اغتشاشات بالادست جریان را فراهم می‌کند. در حال حاضر، پژوهشگران بر این باورند که هرچند فرضیات روش‌های ساده‌شده غیرواقعی به نظر می‌رسند، اما این فرضیات در طراحی‌های اولیه که در آن بازدهی محاسباتی مهم است، نتایج قابل قبولی ارائه می‌دهند و از این رو همچنان به کار گرفته می‌شوند.

$$k = \frac{\omega b}{U} \quad (4)$$

متغیرهای ورودی نظریه وایتهد شامل تعداد پره، سرعت جریان (U)، طول نیم‌وتر (b)، بسامد کاسته (k) طبق رابطه (۴)، زاویه فاز بین پره‌ای، نسبت گام پرها یا نسبت فاصله بین پرها (s) به طول وتر (c) پرها و زاویه نصب (ξ) است.

$$L = -\pi \rho b^3 \omega^2 \left[A_{11} \left(\frac{h}{b} \right) + A_{12} \alpha \right] \quad (5)$$

$$M = \pi \rho b^4 \omega^2 \left[A_{21} \left(\frac{h}{b} \right) + A_{22} \alpha \right] \quad (6)$$

همچنین با تعریف چگالی جریان (ρ)، میتوان نیروی برآ (L) با جهت مثبت رو به بالا و گشتاور آیرودینامیکی (M) حول مرکز الاستیک با جهت مثبت دماغه بالا را طبق روابط (۵) و (۶) بیان کرد که در آن از میزان خیز یا تغییر شکل خمشی پره (h) با جهت مثبت رو به پایین و میزان تغییر شکل پیچشی پره (α یا θ) با جهت مثبت دماغه بالا استفاده شده است.

$$A_{11} = \frac{2i}{k} (C_{F_q})_\eta, A_{12} = \frac{2}{k^2} (C_{F_\alpha})_\eta, A_{21} = \frac{4i}{k} (C_{M_q})_\eta, A_{22} = \frac{4}{k^2} (C_{M_\alpha})_\eta \quad (7)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

ثوابت بی بعد آیرودینامیکی در رابطه (۷) ذکر شده است که در یک ماتریس آیرودینامیک بی‌بعد (رابطه (۸)) تعریف شده‌است. ثوابت C با اندیس‌های مختلف توسط پژوهشگران تشریح شده است [۳، ۴، ۵، ۷] که اختلاف نامگذاری‌هایی نیز در پیشینه خود دارد.

$$\vec{F} = \begin{Bmatrix} -L \\ M \end{Bmatrix} \quad (9)$$

$$\vec{q} = \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix} \quad (10)$$

در یک مقطع نمونه بردار بارگذاری طبق رابطه (۹) و بردار جابه‌جایی طبق رابطه (۱۰) قابل تعریف است.

$$\vec{q} = \begin{Bmatrix} h \\ b \\ \alpha \end{Bmatrix} \quad (11)$$

$$\vec{F} = \begin{Bmatrix} -L \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi \rho b^3 \omega^2 A_{11} & \pi \rho b^3 \omega^2 A_{12} \\ \pi \rho b^4 \omega^2 A_{21} & \pi \rho b^4 \omega^2 A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ b \\ \alpha \end{Bmatrix} \quad (12)$$

با تعریف بردار جابه‌جایی تغییر یافته ($\vec{q}$) طبق رابطه (۱۱)، بردار بارگذاری طبق رابطه (۱۲) قابل بیان است. با تقسیم سطر اول و دوم بر ضرائبی که در ثوابت بی بعد آیرودینامیکی ضرب شده اند، معادله حاکم طبق رابطه (۱۳) قابل بیان است.

$$[S]\vec{q} = -[A]\vec{q} \quad (13)$$

$$[S] = [\bar{M}] - \left(\frac{1}{\omega^2}\right)[\bar{K}] \quad (14)$$

$[S]$ ، ماتریسی وابسته به ماتریس جرم تغییر یافته ($[\bar{M}]$) و ماتریس سفتی تغییر یافته ($[\bar{K}]$) است که طبق رابطه (۱۴) حاصل می‌شود. لازم به ذکر است که در پیشینه‌ی پژوهش‌ها با رویکرد مقطع نمونه، در رابطه (۱۴) به جای متغیر بسامد، از یک متغیر بسامد تغییر یافته استفاده شده است [۵، ۳]. با توجه به تفاوت در ماتریس‌های سفتی و جرم تغییر یافته در پژوهش حاضر نسبت به پژوهش‌های پیشین، تعریف بسامد فوق در این مطالعه ضروری نیست.

$$[D]\vec{q} = \lambda\vec{q} \quad (15)$$

$$[D] = [\bar{K}]^{-1}([\bar{M}] + [A]) \quad (16)$$

$$\lambda = \frac{1}{\omega^2} \quad (17)$$

با ضرب معکوس ماتریس سفتی تغییر یافته در دو طرف رابطه (۱۴)، رابطه (۱۵) حاصل می‌شود که در آن ماتریس سامانه ($[D]$) و مقدار ویژه (λ) طبق روابط (۱۶) و (۱۷) بکار رفته است. با حل مساله مقدار ویژه رابطه (۱۵)، همانند تحلیل فلاتر بال هواگرد، مرزهای پایداری آیروالاستیک بدست می‌آیند اما تاثیر زاویه فاز بین پره‌ای موجب می‌شود که آیرودینامیک ردیف‌پره علاوه بر بسامد کاسته، به زاویه فاز بین‌پره‌ای نیز وابسته باشد و در محاسبه ماتریس آیرودینامیک، یک حلقه دیگر نیز علاوه بر بسامد کاسته (بابت تعیین بسامد یا سرعت فلاتر)، برای تعیین زاویه فاز بین پره‌ای بحرانی طبق فرض لین اضافه شود.

$$p = \frac{i}{\sqrt{\lambda}} \omega_T \quad (18)$$

با حاصل شدن مقادیر ویژه، در صورتی که تحلیل مقطع نمونه مطرح باشد طبق تعریف، متغیری به نام p که مربوط به توان e^{pt} که عامل فرض هارمونیک است، متناظر مقدار ویژه طبق رابطه (۱۸) بیان می‌شود که در آن ω_T بسامد پایه پیچش است. سپس با تقسیم طرفین رابطه فوق بر بسامد پایه پیچش، متغیر $\bar{p}$ مطرح می‌شود که اگر بخش حقیقی آن مثبت شود بیانگر وقوع فلاتر است. در تحلیل مدل پیوسته بسامد پایه پیچش مطرح نیست و مستقیماً بخش بدون ω_T در رابطه فوق، بخش حقیقی‌اش محاسبه می‌شود که در نمودارهای خروجی بابت رعایت نام‌گذاری قدیمی از بخش حقیقی $\bar{p}$ سخن به میان آمده است.

همواره در مدل آیرودینامیک ناپایای در حوزه بسامد، وابستگی به بسامد کاسته وجود دارد و نکته اینجاست که خود بسامد کاسته وابسته به آیرودینامیک ناپایا است و این موجب یک مساله مرغ و تخم مرغ می‌شود که مستلزم روش‌های انطباق بسامد است [۶]. گرچه در پیشینه پژوهش غالباً اشاره مستقیمی به روش حل فلاتر نشده است اما در واقع روش فوق تحت عنوان روش k ، روش $V-g$ یا روش آمریکایی مطرح است [۸] که ورودی حل آن با بازه‌ای مناسب از بسامد کاسته است. روش k سرعت فلاتر را نسبت به ورودی‌های جریان و سازه بصورت دقیق محاسبه می‌کند اما در تعیین مود بحرانی ملاحظات دارد [۶].

$$[\bar{M}] = \begin{bmatrix} \frac{m_y}{\pi \rho b^2} & [0] & [0] \\ [0] & m_x & [0] \\ [0] & [0] & \frac{m_\theta}{\pi \rho b^4} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$[\bar{K}] = \begin{bmatrix} \frac{k_y}{\pi \rho b^2} & [0] & [0] \\ [0] & k_x & [0] \\ [0] & [0] & \frac{k_\theta}{\pi \rho b^4} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\vec{F} = \begin{Bmatrix} -L \\ 0 \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi \rho b^3 \omega^2 A_{11} & 0 & \pi \rho b^3 \omega^2 A_{12} \\ 0 & 0 & 0 \\ \pi \rho b^4 \omega^2 A_{21} & 0 & \pi \rho b^4 \omega^2 A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{y}{b} \\ x \\ \alpha \end{Bmatrix} \quad (21)$$

با اعمال روابط ارتعاشات آزاد یک پره با مدل تیر-سفت کلاسیک به روش ریتز که در مراجع کلاسیک ارتعاشات یا پژوهش‌های دینامیک سازه پره‌ها [۸] شرح داده شده است، ماتریس جرم و سفتی تغییر یافته برای یک پره با مقطع ایرفویل متقارن، با توجه به توضیحات گذشته طبق روابط (۱۹) و (۲۰) قابل نتیجه‌گیری است. بردار بارگذاری کامل‌تر برای مدل پیوسته مورد بحث طبق رابطه (۲۱) قابل تعریف است که همانند روند تعریف زیرماتریس‌های ماتریس جرم و سفتی در روش ریتز، قابل بیان با توابع امتحانی هستند که موجب تشکیل زیرماتریس‌هایی مختص ضرائب آیرودینامیکی بی‌بعد مورد نظر خواهد شد و در حقیقت اعمال نظریه نواری به مدل وایتهد است (شکل ۸).

یکی دیگر از ملاحظات آیرودینامیک توربوماشین، اثر تغییر سرعت جریان در طول دهانه پره، ناشی از دوران پره است. سرعت خطی، از مقدار کمینه در ریشه تا مقدار بیشینه در نوک پره متغیر است و این تغییر بایستی در هریک از نوارهای آیرودینامیکی لحاظ شود. شرایط فوق خلاف شرایط جریان بال هواگرد است که سرعت جریان در طول دهانه بال بصورت ثابت است.

$$U = (R + z)\Omega \quad (22)$$

$$RPM = \Omega \times \left(\frac{60}{2\pi}\right) \quad (23)$$

با تعریف سرعت دورانی (Ω) با واحد رادیان بر ثانیه، سرعت دورانی (RPM) با واحد دور بر دقیقه و شعاع دیسک (R) سرعت جریان در طول دهانه طبق رابطه (۲۲) و سرعت دورانی طبق رابطه (۲۳) قابل تعریف است. در پژوهش حاضر با توجه به افزایش خطی سرعت خطی دوران مقطع پره، از ریشه تا نوک، فرض شده است که سرعت جریان دارای توزیع خطی در راستای دهانه است. در حالت توزیع خطی سرعت جریان، سرعت جریان در نمودارهای فلاتر برای سرعت مقطعی خاص از پره رسم شده است که در اینجا موقعیت ۰.۸ طول دهانه در نظر گرفته شده است. یعنی سرعت جریان، و به تبع بسامد کاسته، از ریشه تا نوک بصورت خطی در حال افزایش است و سرعتی که نمودارهای فلاتر پژوهش حاضر به ازای آن رسم شده‌اند، سرعت سیال در موقعیت ۰.۸ طول دهانه است.

۳- نتایج و بحث

صحه‌گذاری بخش مودال با بررسی یک پره آزمایشگاهی [۹] (جدول (۱)) و قیاس نتایج روش ریتز با روش تفاضل محدود پیشرفته [۹] (جدول (۲)) انجام شده است. صحه‌گذاری بخش آیرودینامیک با قیاس ثوابت آیرودینامیک بی‌بعد کد حاضر با نتایج وایتهد [۷] انجام شده است (جدول (۳)). با در نظر گرفتن یک ردیف پره مرجع (جدول (۴)) [۳، ۹]، نتایج مطالعه اثر نسبت گام به وتر پره بر روی سرعت فلاتر با لحاظ ده مود برای هر نوع مود پیچش و خمش داخل و خارج صفحه (مجموعاً ۳۰ مود) بررسی شده است.

جدول ۱. مشخصات پره [۹]

کمیت	واحد انگلیسی	واحد SI
ممان اینرسی حول محور افقی	۰.۰۰۰۸۴ in^4	۳۴.۹۶۳۳ mm^4
ممان اینرسی حول محور عمود	۰.۰۰۶۷۱ in^4	۲۷۹۲.۹ mm^4

طول دهانه	6 in	0.1524 m
مدول یانگ	31 Mpsi	213.73747 Gpa
چگالی	0.284 lb/in^3	7861.093 kg/m^3
مساحت سطح مقطع	0.914 in^2	58.9676 mm^2

جدول ۲. صحنه‌گذاری نتایج مودال با قیاس بسامد طبیعی پایه خمس (هرتز)

شماره مود	۱	۲	۳	۴	۵
روش تفاضل محدود پیشرفته [۹]	۹۶.۷۳۸	۶۰۶.۱۵۸	۸۶۴.۶۰۳	۱۰۵۱.۰۸۰	۱۶۹۶.۷۴۲
روش ریتز (کد حاضر)	۹۶.۷۳۸	۶۰۶.۲۵۲	۸۶۴.۶۱۴	۱۰۵۱.۰۸۰	۱۶۹۷.۵۲
درصد خطا	۰	۰.۰۱۵	۰.۰۴۱	۰	۰.۰۴۶

جدول ۳. صحنه‌گذاری ثوابت بی‌بعد با قیاس در نمونه‌ای با زاویه نصب صفر، زاویه فاز بین پره‌ای π و نسبت گام به وتر یک

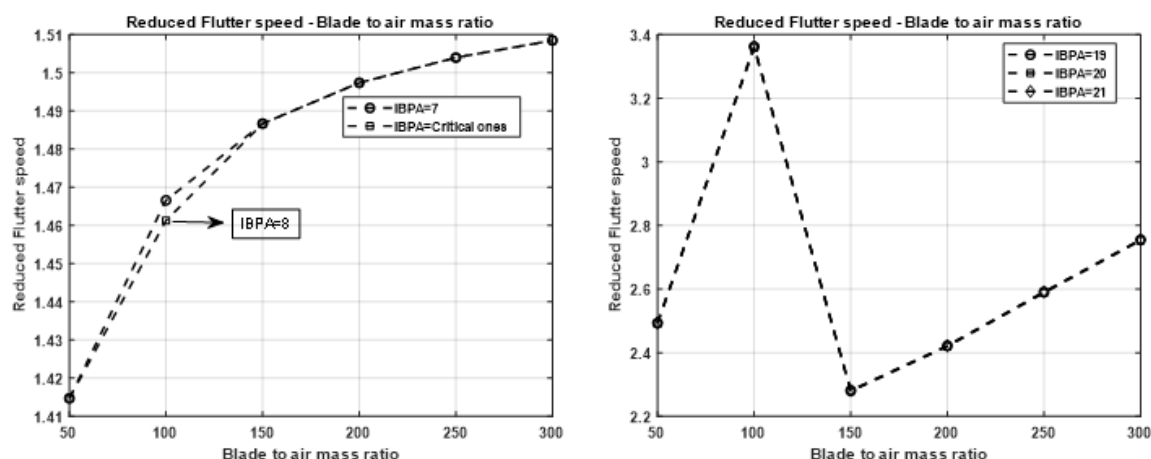
λ	$\text{Re}(\mathcal{C}_F)$		$\text{Im}(\mathcal{C}_F)$		$\text{Re}(\mathcal{C}_M)$		$\text{Im}(\mathcal{C}_M)$	
	کد حاضر	وایتهد	کد حاضر	وایتهد	کد حاضر	وایتهد	کد حاضر	وایتهد
۰.۲	-۱.۲۷۰۳	-۱.۲۷۰۳	۰.۱۱۷۰	۰.۱۱۷۰	-۰.۳۵۳۳	-۰.۳۵۳۳	۰.۰۱۹۵	۰.۰۱۹۵
۰.۵	-۱.۰۹۵۵	-۱.۰۹۵۵	۰.۱۶۶۵	۰.۱۶۶۵	-۰.۳۰۴۶	-۰.۳۰۴۶	۰.۰۱۳۸	۰.۰۱۳۸
۱	-۰.۸۷۵۵	-۰.۸۷۵۵	۰.۰۱۶۱	۰.۰۱۶۱	-۰.۲۴۳۵	-۰.۲۴۳۵	-۰.۰۶۰۶	-۰.۰۶۰۶
۲	-۰.۷۳۱۸	-۰.۷۳۱۸	-۰.۳۸۱۷	-۰.۳۸۱۷	-۰.۲۰۳۵	-۰.۲۰۳۵	-۰.۲۳۶۲	-۰.۲۳۶۲

جدول ۴. مشخصات ردیف پره مرجع

کمیت	مقدار
طول وتر	0.3 m
چگالی پره	7861.0916 kg/m^3
مساحت سطح مقطع	59 mm^2
طول دهانه	0.1524 m
مدول یانگ	214 Gpa
ممان اینرسی حول محور افقی	35 mm^4
ممان اینرسی حول محور عمودی	2790 mm^4
نسبت گام به وتر	۱
زاویه نصب	60°
نسبت چگالی پره به جریان	۲۰۰
موقعیت بی بعد محور الاستیک	۰
تعداد پره‌ها	۴۰

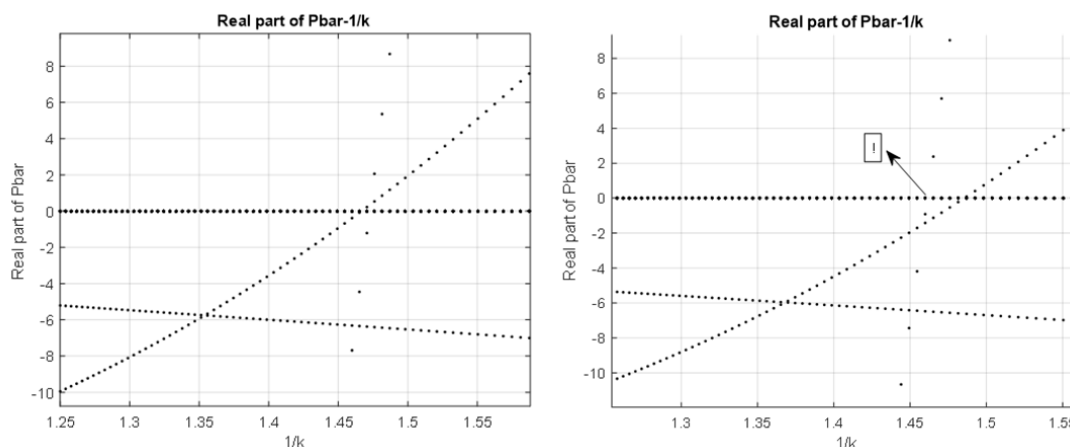
هدف بخش حاضر، نمایان کردن امکان وقوع فلاتر نرم به عنوان چالش اصلی بحث برانگیز و مخاطره‌آمیز در تحلیل فلاتر کلاسیک ردیف پره است که با مدل مقطع نمونه قابل رصد نیست اما با بکارگیری مدل پیوسته حاضر می‌توان برای مثال در مطالعه اثر

نسبت چگالی پره به جریان آن را ردیابی کرد. در شکل (۱)، تحلیل بر روی نمونه ردیف پره مرجع و نمونه بدون زاویه نصب انجام و رفتار سرعت کاسته فلاتر رسم شده است که در آن جرم پره ثابت بوده و با تغییر نسبت چگالی پره به جریان، جرم جریان تغییر می‌یابد.



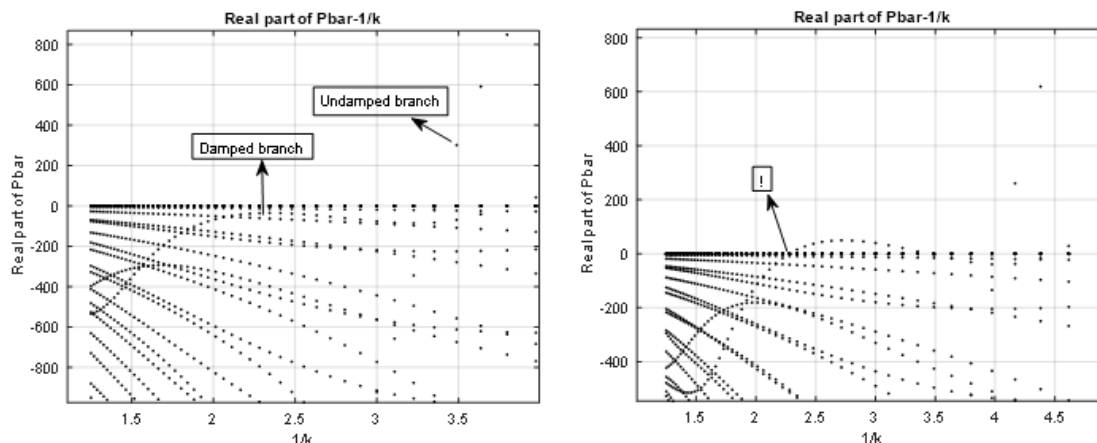
شکل ۱. نمودار سرعت کاسته فلاتر نسبت به نسبت چگالی پره به جریان در نمونه ردیف پره مرجع (سمت چپ) و نمونه بدون زاویه نصب (سمت راست)

طبق انتظار، در شکل (۱)، افزایش نسبت چگالی پره به جریان، که به معنای کاهش جرم جریان است، موجب افزایش سرعت فلاتر در نمونه مرجع شده است و طبق شکل (۲) یک تغییر جزئی در سرعت فلاتر بابت تغییر مود زاویه فاز بین پره‌ای بحرانی مشهود است.



شکل ۲. نمودار Vg در نمونه ردیف پره مرجع با نسبت چگالی پره به جریان ۱۰۰ و با مود زاویه فاز بین پره‌ای با شناسه هفت (سمت چپ) و شناسه هشت (سمت راست).

در شکل (۱)، در نمونه با زاویه نصب صفر درجه نیز گرچه همین روند افزایشی مشهود است اما وقوع پرش استثنایی در ابتدای نمودار بابت تغییر مود فلاتر بحرانی که از بابت فعال شدن یک مود میرا بصورت فلاتر نرم است مشاهده می‌شود (شکل (۳)) که بیانگر اهمیت استفاده از مدل پیوسته با لحاظ مودهای بالاتر سازه و ترسیم نمودار Vg آن است. این مود بحرانی جدید که بصورت فلاتر نرم ناپایدار شده است سرعت فلاتر را بسیار زیاد کاهش داده است که نشان از محیط آیرودینامیکی پیچیده تر ردیف پره نسبت به بال و قابلیت اطمینان پایین رویکرد مقطع نمونه و نتایج نمودارهای خروجی مکان هندسی ریشه‌ها به جای نمودارهای Vg در محیط توربوماشین است.



شکل ۳. نمودار Vg در نمونه ردیف‌پره با زاویه نصب صفر درجه با مود زاویه فاز بین پره‌ای با شناسه ۲۰ و با نسبت چگالی پره به جریان ۱۰۰ (سمت چپ) و ۱۵۰ (سمت راست).

۴- نتیجه‌گیری

رویکرد مسأله مقدار ویژه با روش مقطع نمونه که به عنوان روشی متداول در تحلیل فلاتر کلاسیک ردیف‌پره توربین گاز در مراحل ابتدایی طراحی است گرچه هزینه محاسباتی پایین و نتایج قابل استفاده‌ای در جایگاه بررسی نوآوری‌ها و بهینه‌سازی‌ها می‌تواند داشته باشد، اما در پژوهش حاضر با ارائه یک مدل پیوسته بصورت مدل رتبه‌کاسته مبتنی بر روش ریتز و لحاظ توزیع متغیر سرعت جریان در طول دهانه پره نشان داده شد که می‌توان با هزینه محاسباتی کم به نتایجی همچون آشکارسازی وقوع فلاتر نرم و ردیابی مود بحرانی‌تر با لحاظ موده‌های بالاتر سازه دست یافت که با مدل پیشین قابل رصد نبوده و پدیده‌ای مخاطره آمیز است.

مراجع

1. Earl H. Dowell, *A modern course in aeroelasticity*, Springer, New York, 2014.
2. J. G. Marshall, M. Imregun, "A Review of Aeroelasticity Methods With Emphasis on Turbomachinery Applications", *Journal of Fluids and Structures* 10, 237–267 (1996).
3. O. Bendiksen, P. Friedmann, "Coupled Bending-Torsion Flutter in Cascades", *AIAA Journal* 18, NO. 2, 79-0793R (1980).
4. K. R. V. Kaza, R. E. Kielb, "Flutter and Response of a Mistuned Cascade in Incompressible Flow", *AIAA Journal* 20, NO. 8, 81-0602R (1982).
5. H. Pathak, A. Kushari, C. Venkatesan, "Effects of Geometric and Structural Parameters on Coupled Bending Torsion Flutter in Turbo Machinery Blades", *International Journal of Turbo and Jet Engines* 25, 163-178 (2008).
6. J. R. Wright, J. E. Cooper, *Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads*, Wiley, United Kingdom, 2015.
7. D. S. Whitehead, "Force and moment coefficients for vibrating aerofoils in cascade", A. R. C. R & M. No. 3254 (1960).
8. A. Norouzi, S. Shokrollahi, S. Shafaghat, "Modal Analysis of Pre-Twisted Blades With Rectangular Cross-section Using the Ritz Method (in persian)", *Proceedings of the 23th International Conference of Iranian Aerospace Society*, Tehran, Iran, (2025).
9. K.B. Subrahmanyam. K. R. V. Kaza, "Improved methods of vibration analysis of pretwisted, airfoil blades", *Proceedings of the XVIth International Congress of Theoretical and Applied Mechanics*, Lyngby, Denmark, (1984).