

طراحی و تحلیل برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک با عرض متغیر تحت تحریک مغناطیسی چرخان

ایمان فخاری گلپایگانی^{*}، علی اصغر جعفری^ب

^ا ایران، اصفهان، گلپایگان، میدان معلم، کیلومتر یک بلوار شهدای گمنام دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده فنی و مهندسی
گلپایگان، گروه مهندسی مکانیک، ۶۷۴۹۸-۸۷۷۱۷، استادیار

^ب ایران، تهران، میدان ونک، بلوار ملاصدرا، خیابان پردیس، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی
مکانیک، ۴۳۳۴۴-۱۹۹۹۱، استاد.

*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: i.fakhari@iut.ac.ir

چکیده

برداشت انرژی پیزوالکتریک از حرکت های دورانی به عنوان یکی از منابع تأمین انرژی های پاک و دائمی مورد توجه واقع گردیده است. اما به دلیل توان پایین و به منظور افزایش راندمان، بهینه سازی آنها توسط روش های مختلف اهمیت بالایی را دارا می باشد. در این مقاله، برداشت کننده پیزوالکتریک با تحریک مغناطیسی غیر مستقیم چرخان مورد مطالعه قرار گرفته است. دستگاه شامل تیر یکسر گیردار با یک لایه پیزو الکتریک، آهن ربا و جرم انتهایی تیر، دیسک هشت ضلعی متصل به محور چرخان و آهنرباهای محرک روی دیسک می باشد. انرژی پتانسیل و نیروی غیرخطی مغناطیسی تعیین و پس از استخراج معادلات کوپل الکترومغناطیسی در آن جایگزین می گردد. با توجه غیر خطی بودن معادلات و پیچیدگی بودن نوسان روش عددی برای حل معادلات مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین به دلیل هدف اصلی تحقیق که همان افزایش ولتاژ و توان خروجی نسبت به جرم برداشت کننده بوده و به منظور حذف اثر تغییر فرکانس طبیعی با تغییر ضریب کاهش عرض تیر از روش تغییر جرم انتها برای ثابت نگه داشتن فرکانس طبیعی استفاده شده است. اثر پارامترهایی همچون ضریب کاهش عرض، مقاومت مدار و تعداد آهن ربا بر چگالی ولتاژ و توان خروجی بررسی شده است. نمودارهای پاسخ فرکانسی برای تعیین اثر سرعت چرخش محور و بررسی ساب هارمونیک ها و تبدیل فرکانس بالا ترسیم و تحلیل گردیده اند. نتایج نشان از اثر هفت برابری تغییر عرض به صورت نمایی بر چگالی توان خروجی نسبت به عرض ثابت دارد.

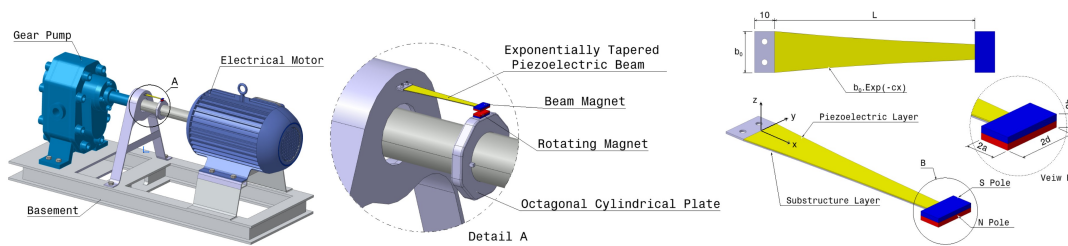
کلمات کلیدی: پیزوالکتریک؛ عرض متغیرنمایی؛ آهن ربا؛ چگالی ولتاژ.

۱-مقدمه

بر اساس گزارش آژانس بین‌المللی انرژی، سهم انرژی‌های تجدید پذیر در سال ۲۰۲۳ در جهان ۳۳ درصد بوده در حالی که در سال ۱۹۷۱ این سهم تنها ۱۳ درصد بوده است [۱]. بنابراین، در سال‌های اخیر توجه محققین به سایر منابع تولید انرژی پاک در کنار منابع متداول جلب شده است. در کنار هم قرار گرفتن انرژی‌های جنبشی مکانیکی و مواد پیشرفته پیزوالکتریکی، ترکیبی مناسب برای برداشت انرژی با چگالی بالا، ساختاری ساده و بی نیاز از تعمیر در زمان طولانی را خواهد ساخت [۲-۴]. سیستم‌های برداشت انرژی کوپل شده با حرکت‌های چرخشی یکی از روش‌هایی است که می‌توان از آن به عنوان برداشت کننده انرژی الکتریکی استفاده نمود. اما این برداشت کننده‌ها در زمان تشدید خود مقدار قابل توجهی از الکتریسیته را استخراج نموده و در غیر از آن توان برداشت مناسبی ندارند. ولی حرکت و دوران منابع مکانیکی به صورت عملی همواره در یک فرکانس ثابت نبوده و در طیفی از فرکانس‌ها توزیع شده است [۵]. برای غلبه بر این مشکل، استفاده از سیستم‌های خارج از تشدید یا تبدیل فرکانس بالا پیشنهاد می‌گردد. تحلیل المان محدود و آزمایشگاهی توربین بادی پیزوالکتریک توسط سیلوا و همکاران [۶] انجام گردید. دستگاه از سه آهن ربا که با زاویه ۱۲۰ درجه روی محور متصل به پروانه‌ای که با حرکت باد به چرخش درآمده تشکیل شده و هر آهن ربا یک تیر مجزا را تحریک می‌کرد. بهترین ترکیب بدست آمده توان ۳/۷۸ میلی وات استخراج گردید. ریزال و همکاران [۷]، برداشت کننده‌ای متشکل از دیسک هشت ضلعی چرخان را ارائه نمودند. روی هر ضلع از دیسک یک صفحه پیزوالکتریک و یک آهن ربا قرار داشته و توسط چهار تیر ساکن با آهن ربای انتهایی تحریک می‌شدند. از انرژی استخراج شده برای شارژ خازنی با ولتاژ ۶ و توان اشباع ۳۲۶ میکرووات استفاده گردید. یکی دیگر از استراتژی‌ها برای بهبود چگالی برداشت انرژی، اصلاح هندسه می‌باشد. اصلاح هندسی منجر به توزیع یکنواخت تر کرنش و بار الکتریکی، تمرکز تنش کمتر در تکیه گاه و در نتیجه افزایش عمر مجموعه خواهد شد. بیکر و همکاران [۸] مشاهده کردند که یک تیر مثلی می تواند ۵۰٪ انرژی بیشتری نسبت به هندسه مستطیل دریافت کند. بن آید و همکاران [۹] معادلات تیر پیزوالکتریک با جرم انتها و عرض متغیر خطی و غیر خطی در راستای طول را ارائه نموده و توانستند در تحریک با فرکانس‌های پایین چگالی توان بالاتری نسبت به هندسه مستطیلی استحصال نمایند. در تحقیق سلمان و همکاران [۱۰] راه حل تحلیلی دقیق برای محاسبه توان تولید شده از ارتعاش تیر یونیومورف و بایمورف با عرض متغیر مخروطی با اتصالات سری و موازی و تحریک پایه ارائه و نشان داده شده است که پارامتر باریک شونده می‌تواند باعث افزایش و یا کاهش این نسبت گردد. مطالعات انجام شده حاکی از آن است که تا کنون رویکرد استفاده همزمان از تکنیک های تبدیل فرکانس بالا و بهبود هندسه در حوزه برداشت کننده‌های چرخان مورد بررسی قرار نگرفته است. لذا در این تحقیق یک نوع برداشت کننده پیزوالکتریک با تحریک مغناطیسی غیر مستقیم چرخان و عرض متغیر نمایی مورد مطالعه قرار گرفته است. معادلات الکترومکانیکی حاکم برداشت کننده با در نظر گرفتن تئوری اولر-برنولی استخراج شده و سپس دستگاه معادلات دیفرانسیل وابسته الکترومکانیکی با استفاده از تکنیک عددی رانگ-کوتای مرتبه چهارم در حوزه زمان حل شده تا اثر تعداد آهن رباها، ضریب کاهش عرض نمایی و سرعت دوران بر پاسخ سیستم در دو حوزه زمان و فرکانس بر چگالی ولتاژ و توان خروجی تعیین شود. به دلیل پایین تر بودن فرکانس تحریک از فرکانس طبیعی تیر تشدیدهای ساب هارمونیک در پاسخ سیستم ظاهر شده که می‌توان فرکانس آن‌ها را تعیین کرد.

۲-طراحی و ساختار

اگرچه ساختار پیشنهادی قابل استفاده در تمام ماشین‌های چرخان می‌باشد، اما به عنوان یک نمونه از کاربرد آن می‌توان به برداشت انرژی در فرکانس پایین از پمپ‌های جابجایی مثبت اشاره نمود. مطابق شکل (۱)، مجموعه از یک الکتروپمپ، سازه و مجموعه برداشت انرژی تشکیل شده است. مجموعه برداشت کننده نیز شامل تیر پیزو الکتریک، آهن ربای متحرک، آهن ربای محرک و دیسک هشت ضلعی چرخان با قابلیت نصب هشت آهن ربا می‌باشد. در اثر دوران محور، آهن ربای متصل به دیسک چرخیده و به دلیل قرار گرفتن قطب های مخالف در مقابل یکدیگر نیروی دافعه بین آهن رباها ایجاد شده و نیروی مغناطیسی ضربه‌ای غیرخطی پریودیک به انتهای تیر وارد می‌نماید. تا زمان اعمال نیروی مجدد توسط آهن ربا و در اثر اعمال این نیرو تیر نوسان کرده و خروجی انرژی الکتریکی را به دنبال خواهد داشت. در صورت وجود یک آهن ربا، نیرو در هر سیکل یک بار به تیر اعمال و با افزایش تعداد آهن ربای محرک، تعداد ضربات نیرو نیز به همان میزان در هر سیکل افزایش خواهد یافت.



شکل ۱. پمپ دنده‌ای و برداشت کننده انرژی.

عرض تیر پیزوالکتریک در ابتدای تیر b_0 و در راستای طول با پارامتر باریک شوندگی c به صورت $b(x) = b_0 \exp(-cx)$ متغییر بوده و در شکل (۲) نشان داده شده است. خصوصیات و ابعاد تیر و آهن رباها در جدول (۱) خلاصه شده است.

جدول ۱. مشخصات برداشت کننده

پارامتر	نماد	مقدار	پارامتر	نماد	مقدار
طول (mm)	L	۱۰۰	ضخامت پیزوالکتریک / بستر (mm)	h_s / h_p	۰/۵-۰/۴
عرض پایه (mm)	b_0	۲۰	مدول الاستیک پیزوالکتریک / بستر (GPa)	E_s / E_p	۱۰۵-۶۰/۶
ضریب کوپل پیزوالکتریک (Cm^{-2})	e_{31}	-۱۶/۶	چگالی پیزوالکتریک / بستر (Kg/m^3)	ρ_s / ρ_p	۷۵۰۰-۹۰۰۰
ثابت نفوذ (nFm^{-1})	ϵ_{33}^S	۲۵/۵	نسبت میرایی	ζ	۰/۰۱
ابعاد آهن ربا (mm)	$2a \times 2d \times 2h$	$10 \times 20 \times 4$	چگالی شار باقیمانده (T)	B_r	۱/۴۸

۳- مدل سازی الکترومکانیکی تیر برداشت کننده

با در نظر گرفتن تئوری تیرهای نازک اولر-برنولی و عرض متغییر تیر در راستای طول، دستگاه معادلات دیفرانسیل ساختاری تیر پیزوالکتریک بیان شده در [۱۰] به صورت زیر بازنویسی شده است

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial w(x,t)}{\partial x^2} \right] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[C_s I(x) \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^2 \partial t} \right] + C_a \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} + m(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\vartheta(x) V(t) \{ He(x) - He(x-L) \} \right] = F_{BA}^Z \delta(x-L) \quad (1)$$

$$\frac{V(t)}{R_l} + \frac{\epsilon_{33}^S}{h_p} \int_0^L b(x) dx \frac{dV(t)}{dt} = - \int_0^L e_{31} h_{pc} \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^2 \partial t} dx \quad (2)$$

که $EI(x)$ صلبیت خمشی تیر یونیمورف، $m(x)$ جرم واحد طول تیر، $w(x,t)$ جابجایی عرضی تیر، C_s و C_a به ترتیب ضرایب میرایی نرخ کرنش و هوا، $He(x)$ و $\delta(x)$ به ترتیب تابع هویساید و دلتای دیراک، F_{BA}^Z نیروی غیر خطی مغناطیسی در راستای نوسان تیر، $V(t)$ ولتاژ پیزوالکتریک، R_l مقاومت مدار، ϵ_{33}^S ضریب نفوذ، $\vartheta(x)$ ترم کوپل الکترومکانیکی و e_{31} ثابت کوپلینگ می باشند. به دلیل تغییر نمایی عرض تیر، صلبیت خمشی و جرم واحد طول تیر نیز به صورت زیر خواهد بود

$$EI(x) = EI_0 e^{-cx} \quad m(x) = m_0 e^{-cx} \quad (3)$$

که EI_0 و m_0 صلبیت خمشی و جرم واحد طول تیر بوده و صلبیت خمشی و ترم کوپل الکترومکانیکی برابر است با [۱۰، ۱۱]

$$EI_0 = b_0 \left[E_s (h_b^3 - h_a^3) + E_p (h_c^3 - h_b^3) \right] / 3 \quad \vartheta(x) = -b(x) \frac{e_{31}}{2h_p} (h_c^2 - h_b^2) \quad (4)$$

به دلیل پایین بودن فرکانس دوران آهن ربا می محرک که حداکثر به اولین فرکانس طبیعی تیر نزدیک خواهد شد، بنابراین مدل سازی تنها با در نظر گرفتن مود اول تیر یک سرگیردار با جرم انتها و مقطع متغییر نمایی [۱۰] انجام شده است. با قرار دادن رابطه $w(x,t) = \varphi(x)\eta(t)$ که در آن $\varphi(x)$ و $\eta(t)$ به ترتیب تابع ویژه نرمال جرم و مختصات مودال می باشند، در رابطه (۱) و ضرب کردن طرفین در شکل مود و انتگرال گیری در طول تیر و اعمال شرط تعامد مودها خواهیم داشت

$$\ddot{\eta}(t) + 2\zeta\omega\dot{\eta}(t) + \omega^2\eta(t) - \kappa V(t) = \varphi(L)F_{AB}^Z \quad (5)$$

که ω فرکانس طبیعی اول تیر، κ نسبت میرایی در مود اول و κ ترم کوپل الکترومکانیکی به صورت زیر می باشند.

$$\kappa = b_0 e_{31} \left(\frac{h_c^2 - h_b^2}{2h_p} \right) \int_0^L \left(e^{-\alpha x} \frac{d^2}{dx^2} \varphi(x) \right) dx \quad (6)$$

برای استخراج معادله الکتریکی تیر پیزوالکتریک رابطه $w(x,t) = \varphi(x)\eta(t)$ در معادله (۲) گنجانده شده و خواهیم داشت

$$C_p \dot{V}(t) + \frac{V(t)}{R_l} + \kappa \dot{\eta}(t) = 0 \quad C_p = \frac{\epsilon_{33}^s}{2h_p} \int_0^L b(x) dx \quad (7)$$

که C_p ظرفیت لایه پیزوالکتریک می باشد. روابط (۵) و (۷) معادلات کوپل الکترومکانیکی برداشت کننده با عرض متغیر نمایی و تحریک غیرخطی مغناطیسی انتها می باشد. از آنجا که تکنیک‌های اغتشاشی و اکثر روش‌های تحلیلی غیر خطی برای زمانی که تحریک هارمونیک باشد پاسخگو هستند، مدل تئوری ارائه شده توسط حلگر رانگ-کوتای مرتبه چهارم دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی "rkf45" نرم افزار Maple به صورت عددی حل گردیده است.

۴- مدل سازی نیروی مغناطیسی

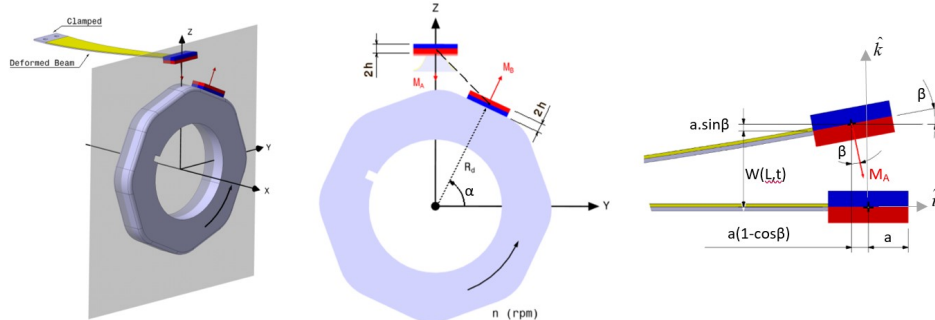
در اغلب تحقیقات انجام شده، نوع ساده سازی شده ای از نیروی مغناطیسی (به عنوان مثال به صورت پالس مثلثی و بدون در نظر گرفتن شیب انتهایی تیر) استفاده شده اند [۷، ۱۲]. بنابر این در این مقاله به منظور افزایش دقت نتایج، نیروی غیر خطی مغناطیسی در راستای نوسان تیر به صورت کامل در نظر گرفته شده که به فیزیک مسئله بسیار نزدیک است. نیروی اعمال شده توسط دوقطبی A بر دوقطبی B را می توان از انرژی پتانسیل به صورت زیر بدست آورد: [۱۳]

$$\vec{F}_{BA} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \vec{\nabla} \left[\left(\frac{\vec{m}_A \cdot \vec{r}_{AB}}{\|\vec{r}_{AB}\|_2^3} \right) \cdot \vec{m}_B \right] = -\frac{\mu_0}{4\pi} \vec{\nabla} \left[\frac{\vec{m}_A \cdot \vec{m}_B}{\|\vec{r}_{AB}\|_2^3} - 3 \frac{(\vec{m}_A \cdot \vec{r}_{AB})(\vec{m}_B \cdot \vec{r}_{AB})}{\|\vec{r}_{AB}\|_2^5} \right] \quad (8)$$

که μ_0 ضریب گذردهی خلاء، $\vec{r}_{AB}$ بردار واصل مراکز آهن ربای A به $\vec{m}_A$ و $\vec{m}_B$ به ترتیب بردار ممان مغناطیسی آهن ربای A و B بوده و از حاصل ضرب حجم آهن ربای دائمی V، در بردار مغناطیس کننده آن $\vec{M}$ ، بدست می آید. در این رابطه اندازه بردار مغناطیس کننده را با استفاده از B_r که همان چگالی شار مغناطیس است به صورت $\vec{M} = B_r / \mu_0$ (A/m) می توان تقریب زد. جزئیات نیروی اعمال شده از آهن ربای محرک به آهن ربای متحرک در شکل (۳) نشان داده شده است. بردار مغناطیسی آهن ربای محرک (B) و متحرک (A) به ترتیب از رابطه (۹) استخراج می گردند

$$\vec{m}_B = (M_B V_B \cos(\alpha)) \hat{j} - (M_B V_B \sin(\alpha)) \hat{k} \quad \vec{m}_A = (M_A V_A \sin(\beta)) \hat{i} - (M_A V_A \cos(\beta)) \hat{k} \frac{\delta y}{\delta x} \quad (9)$$

در این رابطه α زاویه محور آهن ربای محرک با محور ساکن Y و $\beta = \varphi'(L)\eta(t)$ شیب انتهایی تیر می باشد. در هر لحظه فاصله منبع گشتاور مغناطیسی تا آهن ربای متحرک توسط بردار $\vec{r}_{AB}$ معین می گردد.



شکل ۲. مدل نیروی مغناطیسی.

$$\vec{r}_{AB} = -a(1 - \cos(\beta)) \hat{i} + (-R_d + h/2) \cos(\alpha) \hat{j} + (R_d + h + d_m + w(L,t) + a \sin(\beta) - (R_d + h/2) \sin(\alpha)) \hat{k} \quad (10)$$

که R_d شعاع محل قرارگیری آهن ربا روی دیسک هشت ضلعی، $w(L,t)$ خیز انتهایی تیر و d_m فاصله بین دو آهن ربا در $w(L,t) = 0$ و $\alpha = \pi/2$ می باشد. با قرار دادن روابط (۹) و (۱۰) در رابطه (۸) مولفه بردار نیرو در جهت ارتعاش استخراج خواهد

شد. دوره تناوب اعمال نیرو برابر $T = 60 / nm_0 (s)$ ، تعداد آهن ربای محرک n_0 و سرعت دوران محور $n (rpm)$ می باشد. لذا زاویه α برابر است با $\alpha = \alpha_0 + nm_0 \pi t / 30$ که α_0 زاویه آهن ربا در لحظه شروع حرکت می باشد.

۵- نتایج و بحث:

برای صحه‌گذاری مدل تئوری دو پارامتر فرکانس طبیعی و جابجایی برحسب زمان با نتایج المان محدود مقایسه شده است. مشخصات برداشت‌کننده مطابق جدول (۱)، مقاومت مدار ۱۰۰ اهم، فاصله بین آهن ربا ها $d_m = 0.005$ ، تعداد آهن ربا $n_0 = 1$ و سرعت دوران $n = 5 (rad / s)$ لحاظ گردیده است. به دلیل اهمیت فرکانس طبیعی در برداشت انرژی ابتدا مقایسه‌ای میان فرکانس طبیعی پایه در پنج ضریب باریک شونده‌گی ۰، ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ بین نتایج مدل تئوری و نرم افزار ANSYS صورت گرفته است. مطابق جدول (۲)، حداکثر خطا در این پنج حالت برابر ۱/۲۲ درصد می‌باشد. همچنین به دلیل ارتباط مستقیم جابجایی تیر با انرژی برداشت شده، جابجایی نوک تیر با روش المان محدود مقایسه گردیده است. در جدول (۳) جابجایی حداکثر نوک تیر در راستای ارتعاش عرضی در ضرائب باریک شونده‌گی مختلف نشان داده شده است. تمامی مقایسه های انجام شده نشان از دقت بالای مدل سازی تئوری دارد.

جدول ۲. مقایسه فرکانس طبیعی

پارامتر تغییر عرض (C)	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰
مطالعه حاضر	۱۴۹/۵۸۴۷	۱۴۷/۷۱۱۴	۱۴۲/۹۲۴۱	۱۳۵/۹۵۷۷	۱۲۷/۵۱۰۸
ANSYS	۱۵۱/۴۳۷۳	۱۴۹/۱۷۵۳	۱۴۳/۹۷۹۱	۱۳۶/۶۶۵۵	۱۲۷/۸۲۵۱
درصد خطا	۱/۲۲	۰/۹۸	۰/۷۳	۰/۵۱	۰/۲۵

جدول ۳. مقایسه جابجایی انتهای تیر (mm)

پارامتر تغییر عرض (C)	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰
مطالعه حاضر	۱/۶۷۱۸	۱/۸۱۵۶	۱/۹۸۶۷	۲/۱۹۱۸	۲/۴۳۶۸
ANSYS	۱/۶۵۴۲	۱/۷۸۸۹	۱/۹۵۹۹	۲/۱۶۶۰	۲/۴۱۶۲
درصد خطا	۱/۰۵	۱/۴۷	۱/۳۵	۱/۱۳	۰/۸۴

هدف اصلی طراحی برداشت کننده‌ای است که علاوه بر استفاده از روش تبدیل فرکانس بالا، از نسبت ولتاژ به جرم بالاتری نسبت به نمونه‌های مشابه برخوردار باشد. لذا پارامترهای نسبت ولتاژ و توان به جرم به صورت زیر تعریف می گردند:

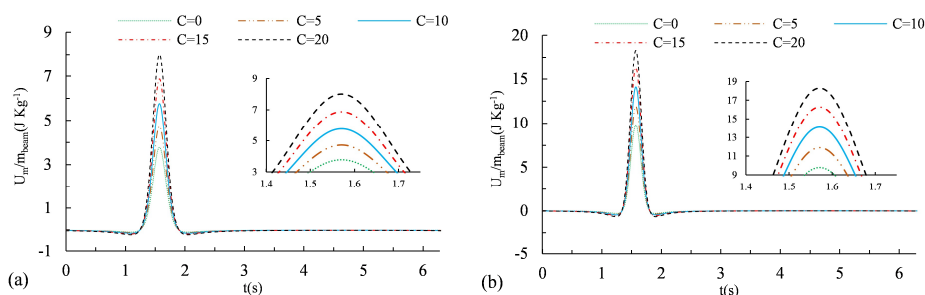
$$\bar{V} = V / m_{beam} \quad \bar{P} = P / m_{beam} \quad (11)$$

که V ولتاژ، P توان خروجی و m_{beam} شامل جرم لایه پیزوالکتریک و بستر فلزی می‌باشد. از جمله موارد مهم دیگری که برای مقایسه صحیح باید در نظر گرفت عدم تغییر فرکانس طبیعی با تغییر عرض تیر می‌باشد. بنابراین به منظور حذف اثر تغییر فرکانس طبیعی در تمامی حالت‌ها می‌بایست با تغییر پارامتر باریک شونده‌گی فرکانس طبیعی پایه برداشت کننده ثابت بماند. با توجه به وجود آهن ربا در انتهای تیر به عنوان جرم نوک ساده‌ترین و عملی ترین راه برای تنظیم فرکانس طبیعی تیر در نظر گرفتن جرمی علاوه بر آهن ربا در انتهای تیر است تا با کاهش یا افزایش آن فرکانس طبیعی تیر را تنظیم نمود. بنابراین، در جدول (۴) جرم انتهای تیر مناسب M_T برای ثابت نگه داشتن فرکانس طبیعی در مقدار $149.5747 (rad / s)$ محاسبه شده و در نتایج از آنها استفاده شده است.

جدول ۴. جرم بالانس فرکانس طبیعی

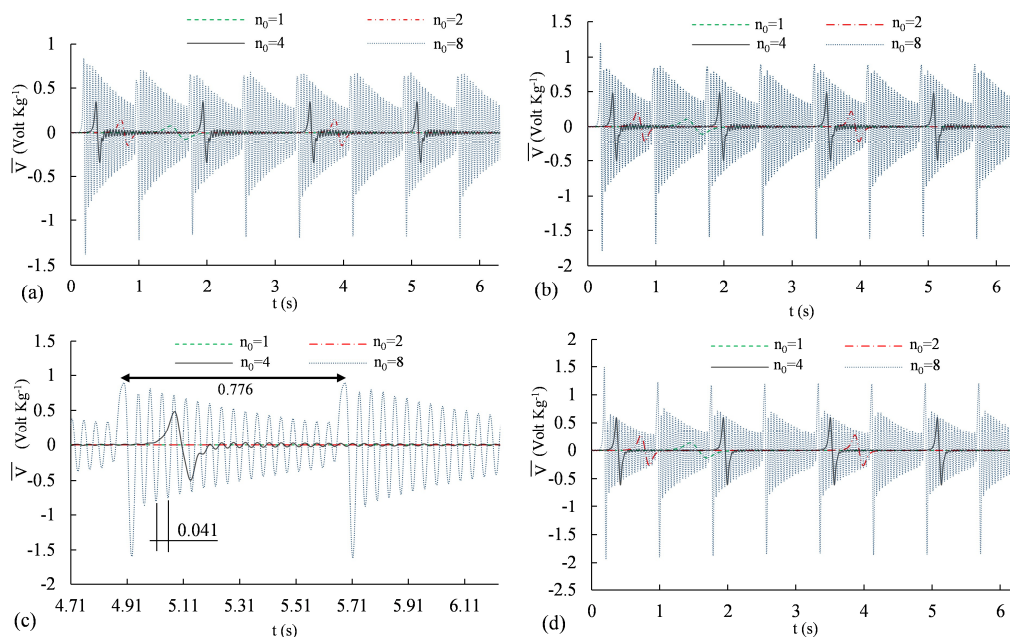
پارامتر تغییر عرض (C)	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰
$M_T (gr)$	۳	۲/۷۱	۲/۶۷	۱/۲۳	۰/۳۱

شکل (۳) نسبت انرژی پتانسیل مغناطیسی به جرم برداشت کننده (چگالی انرژی پتانسیل) در سرعت دوران $n = 1 (rad / s)$ ، تعداد آهن ربای $n_0 = 1$ و مقاومت 1000 اهم را در یک سیکل نشان می‌دهد. چگالی انرژی پتانسیل مغناطیسی با کاهش فاصله از $d_m = 0.01$ (شکل ۳ الف) به $d_m = 0.005$ (شکل ۳ ب) با افزایشی در حدود ۵۹ درصد همراه است. همچنین با افزایش ضریب باریک شونده‌گی از ۰ تا ۲۰ چگالی انرژی پتانسیل در فاصله ۱۰ و ۵ میلیمتری به ترتیب ۱۱۲/۱۴ و ۸۶/۹۴ درصد افزایش پیدا کرده که حکایت از اثر بالای عرض نمایی متغییر بر انرژی مغناطیسی جذب شده داشته و افزایش چگالی ولتاژ و توان را در پی خواهد داشت.



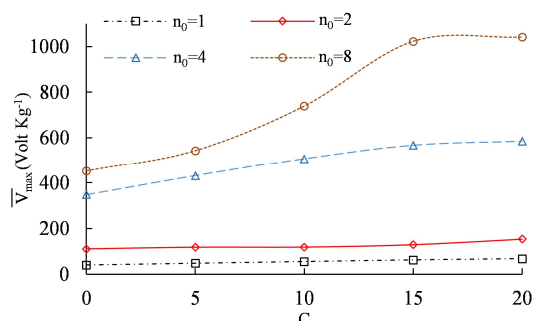
شکل ۳. چگالی انرژی مغناطیسی (الف) $d_m = 0.01$ ، (ب) $d_m = 0.005$.

شکل (۴) چگالی ولتاژ برای چیدمان یک، دو، چهار و هشت تایی آهن ربا در سرعت زاویه‌ای $n=1(rad/s)$ و $d_m = 0.005$ را در سه پارامتر کاهش عرض ۵، ۱۰ و ۲۰ نشان می‌دهد. هر چقدر تعداد آهن ربا افزایش یابد تعداد تحریک‌های اعمال شده به تیر در هر دور افزایش و در نتیجه مقدار جابجایی و سرعت نوک تیر و به تبع آن چگالی ولتاژ خروجی افزایش می‌یابد. همچنین، نوسانات با دامنه ابتدایی بیشتری آغاز و تیر پس از تحریک تا رسیدن تحریک بعدی نوسانات بیشتری خواهد داشت. از مقایسه شکل (۴ ج و د) می‌توان دریافت که به دلیل افزایش چگالی انرژی جذب شده توسط تیر با عرض متغیر نمایی با ضریب کاهش عرض ۱۰ و ۲۰ نسبت به عرض ثابت (شکل ۴ الف)، دامنه سرعت و جابجایی ابتدای هر نوسان افزایش و چگالی ولتاژ خروجی نیز بهبود یافته است. پدیده تبدیل فرکانس بالا در شکل (۴ ب) در حالت عرض متغیر با ضریب ۱۰ نشان داده شده است. با توجه به وجود هشت آهن ربا و سرعت یک رادیان بر ثانیه، فرکانس اعمال نیروی تحریک برابر ۸ رادیان بر ثانیه (0.785 ثانیه) بوده و این در حالی است که فرکانس طبیعی تیر $149/57$ رادیان بر ثانیه (0.420 ثانیه) می‌باشد. لذا این مکانیسم برای برداشت انرژی در فرکانس‌های پایین نیز مناسب می‌باشد. این اعداد در نتایج شبیه‌سازی هم مشاهده و در شکل نیز نشان داده شده که دقت محاسبات را بیان می‌نماید.



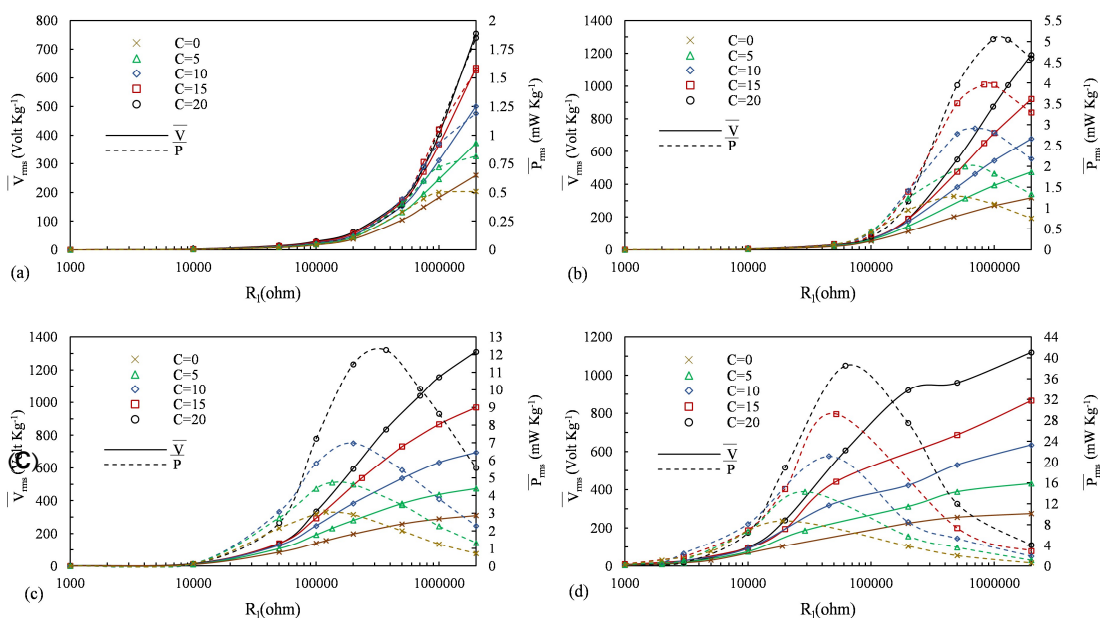
شکل ۴. چگالی ولتاژ (الف) $C = 0$ ، (ب) $C = 10$ ، (ج) $C = 10$ ، (د) $C = 20$.

اثر پارامتر کاهش عرض بر نسبت حداکثر چگالی ولتاژ خروجی در چهار چیدمان مختلف تعداد آهن ربا در شکل (۵) نشان داده شده است. سرعت دوران $n=1(rad/s)$ ، مقاومت ۵۰۰۰۰ اهم و $d_m = 0.005$ می‌باشد. با افزایش C چگالی ولتاژ خروجی افزایش یافته و اثر پارامتر باریک شوندگی بر چگالی ولتاژ خروجی در تعداد آهن ربا بیشتر به مراتب بیشتر از تعداد آهن ربا کمتر می‌باشد. به نحوی که با افزایش پارامتر باریک شوندگی از ۰ به ۲۰ در $n_0 = 1$ ، $n_0 = 8$ به ترتیب ۶۸ و ۱۳۰٪ افزایش مشاهده می‌گردد. اثر پارامتر کاهش عرض بر چگالی ولتاژ و توان متوسط برداشت کننده برحسب مقاومت مدار (۱ تا ۲۰۰۰ کیلوهم)، در چهار چیدمان مختلف تعداد آهن ربا با سرعت دوران $n=1(rad/s)$ و $d_m = 0.005$ در قالب یک نمودار ۲ محوره در شکل (۶) نشان داده شده است.



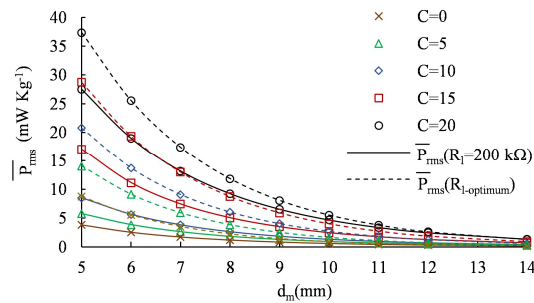
شکل ۵. چگالی ولتاژ بر حسب پارامتر تغییر عرض

در تمامی شکل‌ها افزایش مقاومت، افزایش $\bar{V}_{rms}$ را در بر خواهد داشت اما P_{rms} در یک نقطه به حداکثر خود خواهد رسید که همان نقطه مقاومت بهینه می‌باشد. با باریک شدن مقطع در طول تیر مقدار مقاومت بهینه افزایش خواهد داشت. همانطور که از شکل مشخص است، نمودارهای چگالی توان و ولتاژ متوسط تا یک مقاومت خاص به هم نزدیک و بعد از آن با تغییرات سریعی روبرو هستند. این عدد با افزایش تعداد آهن ربا کاهش داشته به نحوی که در چیدمان ۸، ۴، ۲ و ۱ عددی به ترتیب برابر ۱، ۱۰، ۴۰ و ۵۰ کیلو اهم می‌باشد. این بدین معنا است که پارامتر باریک شوندگی تا این مقاومت‌ها اثر کمی بر چگالی توان و ولتاژ متوسط خروجی داشته و پس از آن اثر قابل توجهی دارد. به نحوی که در حالت تک آهن ربا چگالی ولتاژ و توان متوسط به ترتیب در بازه ۲۰۶ تا ۷۵۵ و ۰/۵۱ تا ۱/۸۵ و در حالت هشت آهن ربا در بازه ۲۷۶ تا ۱۱۲۰ و ۰/۵۷ تا ۴/۰۷ قرار می‌گیرد. افزایش تعداد آهن ربا در تمام ضرایب باریک شوندگی بر مقاومت بهینه اثر معکوس و پارامتر C اثر مستقیم دارد. در تعداد آهن ربا کمتر میزان اثر پارامتر باریک شوندگی بسیار محسوس بوده به نحوی که در چیدمان دو آهنربایی از ۹۸۰ کیلو اهم در $C=20$ به ۴۷۰ کیلو اهم در $C=0$ تغییر می‌یابد. این در حالی است که در چیدمان هشت تایی این بازه از ۶۲ به ۱۹ تبدیل می‌گردد.



شکل ۶. چگالی ولتاژ و توان بر حسب مقاومت مدار (الف) $n_0 = 1$ (ب) $n_0 = 2$ (ج) $n_0 = 4$ (د) $n_0 = 8$

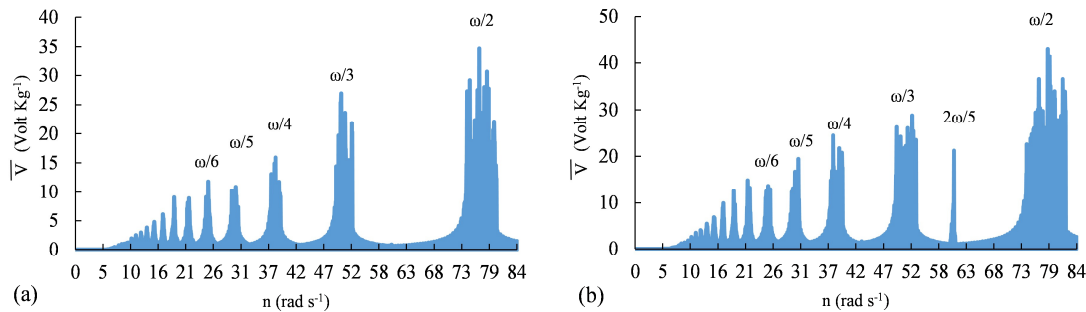
شکل (۷) اثر فاصله بین آهن‌رباها بر چگالی توان در سرعت دوران $n = 1 (rad/s)$ ، $n_0 = 8$ را در دو مقدار مقاومت نمایش می‌دهد. خط چین‌ها مربوط به مقاومت بهینه در هر پارامتر C و خطوط پررنگ مربوط به مقاومت ۲۰۰ کیلو اهم می‌باشد. همانگونه که مشخص است در تمام حالت‌ها چگالی توان در مقاومت بهینه بالاتر از مقاومت ۲۰۰ کیلو اهم بوده ولی با افزایش فاصله اولیه آهن رباها از ۵ به ۱۴ میلی‌متر اثر مقاومت و ضریب کاهش عرض به سرعت از بین رفته و منحنی‌ها به یکدیگر نزدیک می‌گردند.



شکل ۷. توان متوسط (RMS) بر حسب فاصله مغناطیسی

برای شناخت اثر فرکانس تحریک یا همان سرعت دوران آهن ربای محرک بر برداشت انرژی، پاسخ فرکانسی چگالی ولتاژ بر حسب سرعت دوران باید ترسیم گردد. محور افقی فرکانس تحریک و محور عمودی بزرگترین دامنه در تبدیل فوریه سریع چگالی ولتاژ هستند که در شکل (۸) ترسیم شده است. به دلیل وجود نیروی مغناطیسی غیرخطی زمانی که فرکانس تحریک پایین تر از فرکانس طبیعی برداشت کننده باشد، در سیستم ساب هارمونیک‌ها پدیدار شده و تبدیل فرکانس بالا رخ خواهد داد. فرکانس ساب هارمونیک‌ها تابع فرکانس طبیعی برداشت کننده و تعداد آهن ربا ها بوده و به صورت تئوری با رابطه زیر مشخص می گردند:

$$f_j = \omega / jn_0 \quad (12)$$



شکل ۸. چگالی ولتاژ بر حسب فرکانس تحریک الف) $C=0$ ب) $C=10$

در این رابطه ω فرکانس طبیعی پایه تیر و J شماره ساب هارمونیک می‌باشد. شکل (۸) الف و ب به ترتیب پاسخ فرکانسی در $C=0$ و $C=10$ را در تعداد آهن ربای ۱، مقاومت ۱۰۰ اهم و فاصله ۵ میلی‌متر نشان می‌دهد. از آنجا که فرکانس طبیعی تیر برابر ۱۴۹/۵۸ رادیان بر ثانیه است، رزونانس‌های ساب هارمونیک دوم تا پنجم بر اساس رابطه (۱۲) به ترتیب باید در ۷۴/۷۹، ۴۹/۸۶، ۳۷/۳۹ و ۲۹/۹۱ رادیان بر ثانیه پدیدار شود. مقادیر رزونانس‌های ساب هارمونیک در شکل (۱۱) نیز نشان داده شده است که در $C=0$ از تطابق بالایی با پیش بینی بر اساس رابطه (۱۲) برخوردار بوده و در $C=10$ اختلافی کمتر از ۵ درصد دارد. در ساب هارمونیک دوم، سوم و k ام برداشت کننده با فرکانس طبیعی خود به ترتیب در تحریک دو، سه و k برابر کمتر از فرکانس طبیعی خود نوسان می‌کند. اگرچه پاسخ ساب هارمونیک کمتر از پاسخ اولیه است، رزونانس‌های ساب هارمونیک ممکن است در طراحی برداشت کننده‌های انرژی با فرکانس بسیار پایین یا برداشت کننده‌های انرژی بسیار کوچک که در آن امکان ساخت یک تشدید کننده خطی با فرکانس کافی پایین وجود ندارد، مفید باشد.

۶-نتیجه گیری و جمع بندی

در این تحقیق، برداشت کننده پیزوالکتریک شامل تیر پیزو الکتریک با عرض متغیر نمایی پیشنهاد گردید. نیروی مغناطیسی پریودیک وابسته به سرعت چرخش محور، تعداد آهن ربا و هندسه سیستم در تیر کرنش ایجاد و منجر به تولید انرژی الکتریکی می‌گردد. یک مدل تئوری بر اساس پارامترهای توزیع شده برای شبیه سازی دینامیک سیستم استفاده شد. نتایج نشان داد که استفاده همزمان از تبدیل فرکانس بالا و بهبود هندسی راندمان مجموعه را به مقدار قابل توجهی افزایش می‌دهد. چگالی انرژی پتانسیل مغناطیسی علاوه بر وابستگی به فاصله بین آهن رباها، به شدت به پارامتر تغییر عرض وابسته بوده و تا ۱۱۲ درصد قابل افزایش می‌-

باشد. به دلیل افزایش تعداد تحریک در اثر افزایش تعداد آهن ربا، چگالی ولتاژ خروجی افزایش یافته و این تغییر مثبت در تیرهای با عرض کمتر مشهودتر است. به نحوی که در چیدمان هشت آهن ربایی و پارامتر تغییر عرض ۲۰ تا ۱۳۰ درصد افزایش برداشت مشاهده گردید. افزایش مقاومت مدار منجر به افزایش چگالی ولتاژ متوسط شده ولی در خصوص چگالی توان متوسط، نقطه بهینه‌ای وجود دارد. مقدار مقاومت بهینه با یکنواخت تر شدن عرض تیر کاهش قابل ملاحظه‌ای را در پی خواهد داشت. ضریب کاهش عرض بر راندمان مجموعه تا مقدار خاصی از حداقل فاصله بین آهن رباها اثر داشته و با افزایش فاصله تاثیر خود را به مقدار قابل ملاحظه‌ای از دست می‌دهد. با توجه به غیر خطی بودن نیروی مغناطیسی وارد شده به مجموعه، ساب هارمونیک‌های اصلی و فرعی در سیستم مشاهده گردید. پهنای باند ساب هارمونیک‌های اصلی از فرعی بیشتر بوده و افزایش پارامتر تغییر مقطع منجر به افزایش پهنای باند در هر ساب هارمونیک می‌گردد. به دلیل تبدیل فرکانس بالا، وجود ساب هارمونیک‌ها و پهنای باند بزرگ، استفاده از این برداشت کننده در سیستم های چرخان برداشت انرژی از باد و آب پیشنهاد می‌گردد. همچنین با نصب همزمان هشت تیر پیزوالکتریک می‌توان از این برداشت کننده برای استخراج بیشتر انرژی استفاده نمود.

مراجع

1. IEA, Key World Energy Statistics 2021, 2021. <https://www.iea.org/reports/key-world-energy-statistics-2021>.
2. J. Ajitsaria, S.Y. Choe, D. Shen, D.J. Kim, Modeling and analysis of a bimorph piezoelectric cantilever beam for voltage generation, Smart Materials and Structures 16(2) 447-454 (2007).
3. A. Erturk, D.J. Inman, On Mechanical Modeling of Cantilevered Piezoelectric Vibration Energy Harvesters, Journal of Intelligent Material Systems and Structures 19(11) 1311-1325 (2008).
4. S. Nezami, H. Jung, S. Lee, Design of a disk-swing driven piezoelectric energy harvester for slow rotary system application, Smart Materials and Structures 28(7) 074001 (2019).
5. H. Fu, E.M. Yeatman, Rotational energy harvesting using bi-stability and frequency up-conversion for low-power sensing applications: Theoretical modelling and experimental validation, Mechanical Systems and Signal Processing 125 229-244 (2019).
6. A.G. Paulo e Silva, J.M. Basilio Sobrinho, C. da Rocha Souto, A. Ries, A.C. de Castro, Design, modelling and experimental analysis of a piezoelectric wind energy generator for low-power applications, Sensors and Actuators A: Physical 317 112462 (2021).
7. M. Rizal, Husni, A.Z. Mubarak, M. Dirhamsyah, Arhami, Design and experimental study of a piezoelectric energy harvester embedded in a rotating spindle excited by magnetic force, Sensors and Actuators A: Physical 340 113521 (2022).
8. J. Baker, S. Roundy, P. Wright, Alternative Geometries for Increasing Power Density in Vibration Energy Scavenging for Wireless Sensor Networks, 3rd International Energy Conversion Engineering Conference, 2012.
9. S. Ben Ayed, A. Abdelkefi, F. Najjar, M.R. Hajj, Design and performance of variable-shaped piezoelectric energy harvesters, Journal of Intelligent Material Systems and Structures 25(2) 174-186 (2013).
10. H. Salmani, G.H. Rahimi, S.A. Hosseini Kordkheili, An Exact Analytical Solution to Exponentially Tapered Piezoelectric Energy Harvester, Shock and Vibration 2015 426876 (2015).
11. A. Erturk, D.J. Inman, A Distributed Parameter Electromechanical Model for Cantilevered Piezoelectric Energy Harvesters, Journal of Vibration and Acoustics 130(4) 041002 (2008).
12. J. Kan, C. Fan, S. Wang, Z. Zhang, J. Wen, L. Huang, Study on a piezo-windmill for energy harvesting, Renewable Energy 97 210-217 (2016).
13. K.W. Yung, P.B. Landecker, D.D. Villani, An Analytic Solution for the Force Between Two Magnetic Dipoles, Magnetic and Electrical Separation 9 39-52 (1998).