ISAV2025
پانزدهمین کنفرانس بین المللی آکوستیک و ارتعاشات
۳ و ۴ دی ماه ۱۴۰۴ تهران - ایران
انجمن آکوستیک و ارتعاشات ایران

آنالیز مودال شفت و پروانه توربین توربوشارژر EF7 به روش تجربی و عددی

علی اصغر گچ پزها[آ*]، مجید قدیری [ب]

[آ] ایران، قزوین،انتهای بلوار شهید قاسم سلیمانی ، دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)، دانشکده فنی و مهندسی، ۳۴۱۴۸-۹۶۸۱۸، دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک طراحی کاربردی

[ب] ایران، قزوین،دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)، ۳۴۱۴۸-۹۶۸۱۸، دانشیار (عضو هیت علمی)

*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: gachpazha2001@gmail.com

چکیده

در این پژوهش، برای شناسایی رفتار دینامیکی مجموعه‌ی شفت و پروانه‌ی توربین توربوشارژر و تعیین فرکانس‌های طبیعی آن، از آزمون چکش مودال و تحلیل عددی به کمک نرم‌افزار Abaqus استفاده شد. در بخش تجربی، مجموعه تحت تحریک ضربه‌ای قرار گرفت و پاسخ‌های ارتعاشی با شتاب‌سنج و آنالایزر دینامیکی ثبت گردید. پردازش سیگنال‌ها در حوزه‌ی فرکانس منجر به استخراج تابع پاسخ فرکانسی [۱] و شناسایی مودهای ارتعاشی شد، به‌طوری که فرکانس طبیعی نخست در حدود ۱۸۶۰ هرتز (رفتار خمشی اولیه) به‌دست آمد و ضریب هم‌بستگی داده‌ها ۰.۸۱ اعتبار اندازه‌گیری‌ها را تأیید کرد. در بخش عددی، مدل سه‌بعدی دقیقی از مجموعه در محیط Abaqus/CAE ساخته شد و با درنظرگرفتن ویژگی‌های واقعی ماده، شرایط مرزی تکیه‌گاهی و نحوه‌ی اتصال پره به شفت، تحلیل مودال به روش اجزای محدود انجام گرفت. نتایج عددی فرکانس طبیعی اول را ۱۸۶۱ هرتز گزارش کرد که نسبت به مقدار تجربی اختلافی معادل ۰.۰۵ ٪ دارد، اختلافی که در بازه‌ی قابل‌قبول صحه‌سنجی قرار می‌گیرد و دقت مدل‌سازی را نشان می‌دهد. تطابق مطلوب میان نتایج آزمایشگاهی و عددی بیانگر قابلیت مدل توسعه‌یافته در پیش‌بینی رفتار دینامیکی واقعی است و امکان استفاده از آن برای تحلیل‌های ارتعاشی پیشرفته، بهینه‌سازی طراحی و پیش‌بینی نواحی تشدید در توربوماشین‌ها را فراهم می‌سازد.

واژگان کلیدی : تحلیل مودال؛ تابع پاسخ فرکانسی؛ فرکانس طبیعی؛ شفت و پروانه‌ی توربین.

[۱] Frequency response function (FRF)

۱- مقدمه

در دهه‌های اخیر، نیاز به افزایش راندمان، کاهش مصرف سوخت و کاهش آلایندگی در سامانه‌های احتراقی سبب شده است تا استفاده از فناوری توربوشارژر به‌عنوان یکی از مؤثرترین روش‌های ارتقای عملکرد موتورهای احتراق داخلی مورد توجه گسترده قرار گیرد. توربوشارژرها با استفاده از انرژی گازهای خروجی از اگزوز، توان اضافی برای فشرده‌سازی هوای ورودی به موتور فراهم می‌سازند و در نتیجه چگالی هوای ورودی را افزایش می‌دهند. این فرآیند منجر به احتراق کامل‌تر، افزایش گشتاور و توان خروجی موتور بدون افزایش حجم یا وزن آن می‌شود. به طور معمول، استفاده از توربوشارژر می‌تواند توان موتور را بین ۳۰ تا ۴۰ درصد افزایش دهد، در حالی که مصرف سوخت و آلایندگی نیز در مقایسه با موتورهای تنفس طبیعی در سطح پایین‌تری باقی می‌ماند.

با وجود مزایای فوق، توربوشارژر یکی از اجزای پیچیده و حساس در سامانه‌های قدرتی محسوب می‌شود که تحت شرایط کاری بسیار سخت (شامل دورهای بالا تا ۳۰۰٫۰۰۰ rpm، دماهای زیاد بیش از ۸۰۰ درجه سانتی‌گراد در بخش توربین و نیروهای دینامیکی شدید) عمل می‌کند. در چنین شرایطی، حتی کوچک‌ترین نابالانسی، خطای مونتاژ یا عیب در یاتاقان‌ها می‌تواند منجر به ارتعاشات شدید، شکست شفت یا پره‌ها و در نهایت از کار افتادن کامل مجموعه گردد. بنابراین، شناخت دقیق رفتار دینامیکی اجزای دوار توربوشارژر و تعیین فرکانس‌های طبیعی سیستم از اهمیت حیاتی برخوردار است. یکی از پدیده‌های خطرناک در این زمینه، تشدید[۲] است که زمانی رخ می‌دهد که فرکانس تحریک سیستم با یکی از فرکانس‌های طبیعی آن منطبق شود. در این حالت، دامنه ارتعاش به‌طور چشمگیری افزایش یافته و ممکن است به شکست ناگهانی اجزا منجر شود.

تحلیل‌های اولیه بیشتر به بررسی روش‌های آزمایش و شرایط مرزی اختصاص داشتند. صادقی و همکاران [۱] با انجام آزمایش مودال بر روی شفت توربوپمپ، روشی نوین برای تعلیق نمونه پیشنهاد کردند که نسبت سیگنال به نویز را افزایش داد و دقت استخراج پارامترهای مودال را بهبود بخشید. این مطالعه نقطه‌ی آغاز توجه به اثر پیکربندی تعلیق در آزمایش‌های مودال شفت‌های بلند بود. در ادامه، پژوهش‌های لی و همکاران [۲] و چاکسی و همکاران [۳] اثر یاتاقان‌های فیلم روغن و میرایی مواد را در سیستم‌های شفت–روتور بررسی کردند و نشان دادند که وجود فیلم روان‌کننده موجب تغییر رفتار خطی سیستم و جابه‌جایی فرکانس‌های طبیعی می‌شود. به‌طور مشابه، پیتر و همکاران [۴] و راندال [۵] بیان کردند که شرایط تکیه‌گاهی و نوع تحریک ورودی تأثیر قابل توجهی بر پاسخ فرکانسی دارند.

۱-۱ پیشرفت‌های عددی و آزمایشگاهی

در دهه‌ی اخیر، توسعه‌ی نرم‌افزارهای پیشرفته مانند ANSYS و Abaqus موجب گسترش تحلیل مودال عددی ساختارهای پیچیده شده است. واورو و همکاران [۶] با تحلیل مودال عددی روتور موتور جت نشان دادند که حتی در مدل‌های سه‌بعدی دقیق، ساده‌سازی هندسی می‌تواند تا ۱۵٪ خطا ایجاد کند. افه-اونونم[۷] نیز تحلیل مودال پره‌های توربین گازی را با مدل المان محدود انجام داده و تأکید کرد که شرایط واقعی مرزی نقش تعیین‌کننده‌ای در انطباق نتایج عددی با داده‌های آزمایشگاهی دارد. از سوی دیگر، مونتویا و همکاران [۸] با توسعه روش نمونه‌برداری افزوده [۳]توانستند دقت شناسایی فرکانس‌های طبیعی روتور توربوشارژر را در فرکانس‌های بالا افزایش دهند. لین و همکاران [۹] با ترکیب روش‌های تجربی و عددی، از شاخص MAC برای تطبیق مودهای شناسایی‌شده استفاده کردند و اختلاف کمتر از ۸٪ را گزارش نمودند. همچنین، رویگ بائوزا و همکاران [۱۰] اثر تعامل سیال–سازه [۴]را در توربین‌های کاپلان [۵]مورد مطالعه قرار داده و نشان دادند که حضور سیال اطراف سازه می‌تواند باعث جابه‌جایی محسوس فرکانس‌های طبیعی شود.

---

[۲] Resonance

[۳] Oversampled Modal Analysis

[۴] Fluid–Structure Interaction

[۵] Kaplan turbine

۱-۲ اثرات حرارتی و غیرخطی

در شرایط کاری واقعی، تغییرات دما و بارهای مکانیکی نقش مهمی در رفتار دینامیکی دارند. لیو و همکاران [۱۱] با بررسی اثرات حرارتی بر سیستم شفت–روتور توربوشارژر نشان دادند که افزایش دما موجب کاهش مدهای ارتعاشی و تغییر سختی مؤثر سیستم می‌شود. خزعلی و عسکری [۱۲] نیز اثر پیش‌تنیدگی حرارتی را بر روی فرکانس‌های طبیعی تحلیل کرده و انحراف چشمگیری در مودهای بالاتر مشاهده کردند. در مطالعات جدیدتر، لی و همکاران [۱۳] رفتار غیرخطی روتور توربوشارژر با یاتاقان غلتشی را مدل‌سازی کرده‌اند و نشان داده‌اند که نیروهای تماس غیرخطی موجب ایجاد مودهای فرعی جدید می‌شوند.

۱-۳ تحقیقات اخیر در تلفیق روش‌ها

مطالعات جدید به سمت تلفیق داده‌های آزمایشگاهی و مدل‌های عددی حرکت کرده‌اند تا هم دقت و هم قابلیت پیش‌بینی را افزایش دهند. یو و همکاران [۱۴] با استفاده از داده‌های چکش مودال و مدل المان محدود توانستند خطای مدل را به زیر ٪۷ کاهش دهند. همچنین، زاگه و همکاران [۱۵] با به‌کارگیری روش‌های تحلیل مودال عملیاتی [۶]در کمپرسور سانتریفیوژ، استخراج پارامترهای مودال را بدون نیاز به تحریک مصنوعی ممکن کردند. کیو و لی [۱۶] نیز از ترنسدیوسرهای پیزوالکتریک (d15) برای تحریک انتخابی مودهای خاص استفاده کردند که می‌تواند دقت آزمایش‌های مودال را افزایش دهد.

۱-۴ شکاف‌های پژوهشی و نوآوری تحقیق حاضر

با وجود این پیشرفت‌ها، بررسی جامع و هم‌زمان رفتار دینامیکی شفت و پروانه‌ی توربین در یک مجموعه واقعی توربوشارژر هنوز به‌صورت محدود انجام شده است. اغلب مطالعات یا فقط بخش روتور یا پره را مدل کرده‌اند، یا از هندسه‌ی ساده‌شده و شرایط مرزی ایده‌آل استفاده کرده‌اند. همچنین، کمتر مطالعه‌ای گزارش کرده که اختلاف میان نتایج عددی و تجربی کمتر از ٪۱۰ باشد. در پژوهش حاضر، این خلأ با تحلیل هم‌زمان عددی و تجربی یک مجموعه واقعی شفت–پروانه توربین توربوشارژر EF7 برطرف شده است. مدل‌سازی سه‌بعدی دقیق در نرم‌افزار Abaqus/CAE انجام گرفته و آزمایش چکش مودال برای استخراج تابع پاسخ فرکانسی و تعیین فرکانس‌های طبیعی صورت گرفته است. مقایسه‌ی نتایج دو روش اختلافی حدود ٪۰.۰۵ را نشان می‌دهد که حاکی از اعتبار بالای مدل عددی است.

نوآوری اصلی این پژوهش در توسعه و اعتبارسنجی یک مدل جامع، واقع‌گرایانه و هم‌زمان عددی–تجربی از مجموعه‌ی واقعی شفت و پروانه‌ی توربین توربوشارژر EF7 نهفته است. برخلاف مطالعات پیشین که یا به مدل‌سازی ساده‌شده اجزا بسنده کرده‌اند یا فاقد تطبیق تجربی بوده‌اند، در این تحقیق مدل سه‌بعدی دقیق مجموعه با لحاظ تمامی جزئیات هندسی، شرایط مرزی واقعی و خواص مواد در نرم‌افزار Abaqus/CAE ساخته شده و سپس با نتایج حاصل از آزمون چکش مودال تجربی مقایسه گردیده است. انطباق قابل توجه میان نتایج عددی و تجربی (با اختلاف کمتر از ۰.۰۵ درصد) نشان‌دهنده‌ی اعتبار بالای مدل پیشنهادی است. این دستاورد، امکان تحلیل دقیق رفتار دینامیکی، پیش‌بینی نقاط بحرانی تشدید و طراحی بهینه‌ی ساختار توربوشارژر را فراهم می‌سازد و می‌تواند به‌عنوان مبنایی برای توسعه‌ی الگوهای پیش‌بینی خرابی و سامانه‌های پایش وضعیت [۷]در توربوماشین‌های سرعت‌بالا مورد استفاده قرار گیرد.

[۶] OMA

[۷] Condition Monitoring

۲- بیان مسئله

شناسایی و تحلیل رفتار دینامیکی سیستم‌های دوّار از جمله شفت‌ها و پروانه‌های توربینی از مهم‌ترین گام‌ها در طراحی و بهینه‌سازی تجهیزات صنعتی به‌شمار می‌رود. در بسیاری از ماشین‌های دوّار، وقوع پدیده‌ی تشدید ارتعاشی در فرکانس‌های طبیعی سیستم می‌تواند منجر به افزایش دامنه‌ی ارتعاشات، بروز ترک‌های خستگی و در نهایت شکست اجزا گردد. بنابراین، تعیین دقیق فرکانس‌های طبیعی[۸] و شکل مودهای ارتعاشی [۹] برای پیش‌بینی رفتار دینامیکی اجزا پیش از بهره‌برداری ضروری است.

در این پژوهش، با هدف بررسی دینامیکی یک مجموعه‌ی شفت و پروانه توربین،(شکل۱) از دو رویکرد مکمل استفاده شده است:

شکل ۱ . شفت و پروانه توربوشارژر EF7.

۱. آزمایش تجربی با استفاده از آزمون چکش مودال[۱۰] برای استخراج تابع پاسخ فرکانسی و تعیین فرکانس طبیعی سیستم.

۲. شبیه‌سازی عددی با بهره‌گیری از نرم‌افزار Abaqus به منظور تحلیل مودال و ارزیابی صحت مدل عددی از طریق مقایسه با نتایج آزمایشگاهی.

مسئله‌ی اصلی تحقیق، بررسی میزان انطباق بین نتایج تجربی و عددی و تحلیل عوامل مؤثر بر اختلاف آن‌هاست. از آن‌جا که هندسه‌ی پروانه و شرایط مرزی سیستم در محیط واقعی دارای پیچیدگی‌های زیادی است، صحت مدل‌سازی عددی و انتخاب مناسب فرضیات از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در نتیجه، این پژوهش با تمرکز بر ارزیابی روش مدل‌سازی، کیفیت داده‌های آزمایش و تحلیل خطاها، تلاش دارد دقت مدل عددی در پیش‌بینی رفتار دینامیکی را تعیین کند.

۳- روش تجربی

۳-۱ *تجهیزات مورد استفاده:*

برای انجام آزمایش مودال، از مجموعه‌ای از ابزارهای دقیق اندازه‌گیری ارتعاشات استفاده گردید که شامل موارد زیراست :

۱. چکش مودال :
این ابزار دارای یک سنسور نیرو در سر چکش است که نیروی واردشده بر جسم را در لحظه‌ی ضربه ثبت می‌کند.

[۸] Natural Frequencies

[۹] Mode Shapes

انتخاب مناسب نوک چکش (سخت یا نرم) بسته به بازه‌ی فرکانسی مورد نظر صورت گرفت تا از تحریک کافی مودهای طبیعی اطمینان حاصل شود.

۲. شتاب‌سنج سه‌محوره[۱۱] :
برای ثبت پاسخ ارتعاشی شفت در سه جهت عمود بر هم مورد استفاده قرار گرفت. انتخاب محل نصب شتاب‌سنج در ناحیه‌ای انجام شد که بیشترین دامنه‌ی ارتعاش مود اول در آن پیش‌بینی می‌شد.

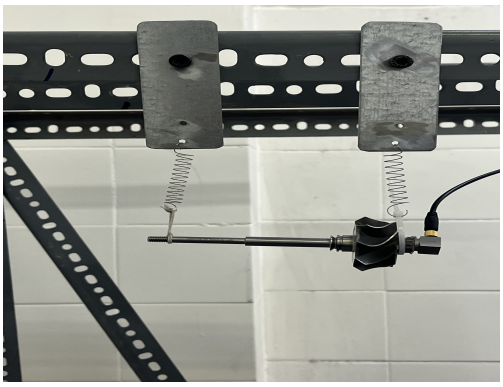
۳. سیستم جمع‌آوری داده[۱۲]:
این سیستم وظیفه‌ی تبدیل سیگنال‌های آنالوگ به دیجیتال و ارسال آن‌ها به نرم‌افزار تحلیل ارتعاشات را بر عهده داشت. نرخ نمونه‌برداری بر اساس محدوده‌ی فرکانسی ۰ تا ۴۰۰۰ هرتز انتخاب گردید تا از دقت کافی داده‌ها اطمینان حاصل شود.

٤. نرم‌افزار تحلیل ارتعاشات[۱۳]:
نرم‌افزار مورد استفاده قابلیت محاسبه‌ی تابع پاسخ فرکانسی ، طیف توان، فاز و همبستگی [۱۴]را دارا بود.

۳-۲ *روش آزمایش*

آزمایش مودال بر اساس مراحل زیر انجام گرفت:

۱) نصب سنسور شتاب سنج:
شتاب‌سنج سه‌محوره به کمک چسب اپوکسی مخصوص روی سطح جانبی شفت نصب گردید تا پاسخ ارتعاشی را به‌صورت دقیق در سه راستا ثبت کند. (شکل ۲)



شکل ۲ . نصب سنسور شتاب سنج بر روی شفت و پروانه توربوشارژر EF7.

[۱۰] Modal Hammer Test
[۱۱] Tri-axial Accelerometer
[۱۲] DAQ
[۱۳] Modal Analysis Software
[۱۴] Coherence

۲) اعمال ضربه :

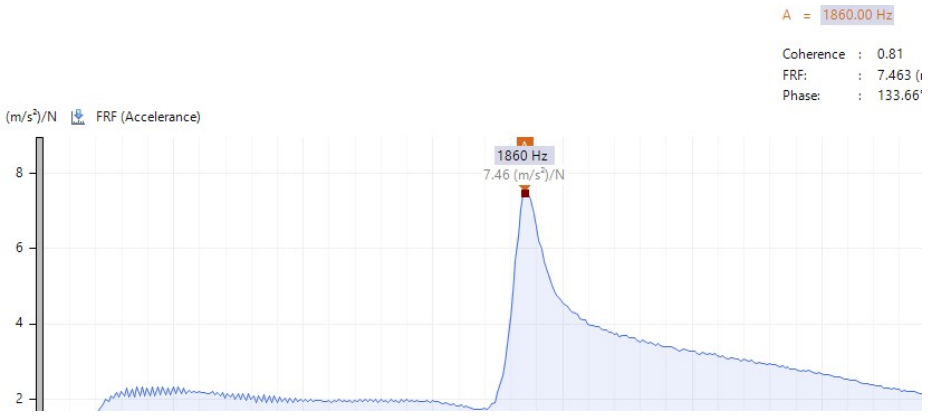
ضربه‌ی کنترل‌شده با چکش مودال در نقطه‌ی مشخصی از بدنه‌ی شفت وارد شد. نیرو و پاسخ شتاب به‌صورت هم‌زمان ثبت شدند.

۳) پردازش سیگنال‌ها :

سیگنال نیروی ورودی و شتاب خروجی به نرم‌افزار ارسال و تابع FRF به‌صورت نسبت تبدیل در حوزه‌ی فرکانس محاسبه شده است: (۱)

$$FRF(f)=\frac{A(f)}{F(f)} \qquad (۱)$$

که در آن $A(f)$ شتاب طیفی و $F(f)$ نیروی طیفی است. با استفاده از نمودارFRF ، قله‌ی اصلی پاسخ در حدود ۱۸۶۰ هرتز مشاهده شد که معرف فرکانس طبیعی اول سیستم بود. مقدار FRF در این فرکانس برابر با $7.46\left(m/s^2\right)/N$، فاز 133.66° و ضریب همبستگی ۰.۸۱ محاسبه گردید. مقدار همبستگی بالاتر از ۰.۸ نشان‌دهنده‌ی کیفیت مطلوب داده‌ها و اعتبار آزمایش است. (شکل ۳)



شکل۳ . نمودار FRF.

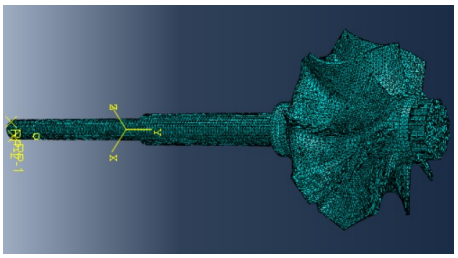
٤- روش عددی

٤-۱ *تحلیل عددی با نرم‌افزار* Abaqus

به‌منظور ارزیابی رفتار دینامیکی سیستم شفت و پروانه توربین، تحلیل مودال در محیط نرم‌افزار Abaqus انجام شد. در این تحلیل، ابتدا مدل هندسی بر اساس ابعاد واقعی سیستم ایجاد و سپس با هدف کاهش هزینه‌ی محاسباتی، برخی جزئیات غیر مؤثر مانند سوراخ‌های اتصال و انحنای لبه‌ها حذف گردید. این ساده‌سازی‌ها ضمن حفظ خواص جرمی و اینرسی، موجب تسریع فرایند تحلیل بدون تأثیر محسوس بر دقت نتایج شدند.

مدل شامل دو بخش اصلی یعنی شفت فولادی و پروانه چهارپره است که به‌صورت مونتاژی در محیط Assembly تعریف گردید.

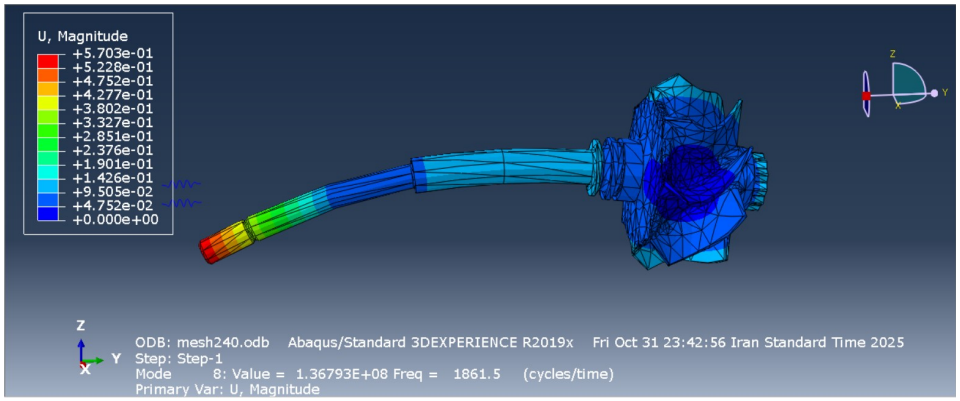
برای گسسته سازی هندسه از المان سه‌بعدی تتراهدرال[۱۵] استفاده شد که توانایی مدل‌سازی سطوح منحنی و هندسه‌های پیچیده را دارد. در ناحیه‌ی پروانه، که انتظار بیشترین تغییر شکل وجود داشت، تراکم شبکه افزایش یافت تا رفتار دینامیکی با دقت بالاتری پیش‌بینی شود. آزمون همگرایی مش نیز انجام و اندازه‌ی بهینه‌ی المان انتخاب گردید.(شکل ۴)



شکل ۴. گسسته سازی هندسه شفت و پروانه توربوشارژر EF7.

شرایط مرزی مدل به‌صورت گیردار کامل [۱۶]در یک انتهای شفت اعمال شد تا وضعیت واقعی تکیه‌گاه شفت در مجموعه‌ی آزمایشگاهی شبیه‌سازی شود. تماس بین شفت و پروانه به‌صورت اتصال صلب [۱۷]تعریف گردید. اثر میرایی سازه‌ای با استفاده از روش Eigenvalue Extraction لحاظ شد تا رفتار واقعی‌تر حاصل گردد.

تحلیل مودال با روش Lanczos اجرا و نخستین مودهای طبیعی استخراج شد. نتایج نشان داد فرکانس طبیعی اول سیستم برابر با ۱۸۶۱ هرتز است که با مقدار تجربی (۱۸۶۰ هرتز) اختلافی حدود ۰.۰۵ درصد دارد . (جدول ۱) شکل مدی متناظر بیانگر ترکیبی از ارتعاش خمشی و پیچشی پره‌ها بود که با رفتار واقعی توربین مطابقت دارد(شکل ۵).



شکل ۵ . نتایج نرم افزار.

جدول ۱. جدول مقایسه فرکانس طبیعی اول سیستم به دوروش تجربی و عددی

روش به دست آوردن فرکانس طبیعی اول	فرکانس طبیعی (Hz)	اختلاف (٪)
تحلیل عددی با نرم‌افزارAbaqus	۱۸۶۱.۵	۰.۰۵
آزمایش مودال	۱۸۶۰	۰۰۰

[۱۵] C3D10

[۱۶] Fixed

[۱۷] Tie Constraint

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، رفتار دینامیکی مجموعه‌ی شفت و پروانه‌ی توربین توربوشارژر EF7 به‌صورت تجربی و عددی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج آزمون چکش مودال، نخستین فرکانس طبیعی سیستم را برابر با ۱۸۶۰ هرتز نشان داد، در حالی که تحلیل مودال عددی در نرم‌افزار Abaqus مقدار ۱۸۶۱ هرتز را به‌دست داد. اختلاف بسیار اندک ٪۰.۰۵ بین نتایج عددی و تجربی، صحت مدل‌سازی و دقت بالای فرضیات تحلیلی را تأیید می‌کند. با توجه به این‌که توربوشارژر EF7 در سرعتی حدود ۳۰۰٬۰۰۰ دور بر دقیقه (تقریباً ۵٬۰۰۰ هرتز) عمل می‌کند، سیستم در ناحیه‌ای بسیار بالاتر از فرکانس طبیعی اول خود قرار دارد. بنابراین، مجموعه تنها در فاز شتاب‌گیری از محدوده‌ی تشدید اولیه عبور کرده و در ادامه در ناحیه‌ی کاری پایدار به عملکرد خود ادامه می‌دهد، بدون آن‌که ارتعاشات بحرانی رخ دهد. این نتیجه نشان می‌دهد طراحی فعلی مجموعه از نظر دینامیکی ایمن بوده و امکان بهره‌برداری پایدار در سرعت‌های بالا را فراهم می‌کند. مدل عددی ارائه‌شده می‌تواند به‌عنوان ابزار معتبری برای **پیش‌بینی** رفتار ارتعاشی، بهینه‌سازی طراحی و افزایش عمر کاری توربوماشین‌ها مورد استفاده قرار گیرد.

بدین وسیله از حمایت‌های شرکت بسا تندشار در انجام این تحقیق کمال تشکر و قدردانی را داریم.

مراجع

1. M.H. Sadeghi, S. Jafari, B. Nasseroleslami, "Modal Analysis of a Turbo-Pump Shaft: An Innovative Suspending Method to Improve the Results", *International Journal of Industrial Engineering & Production Research* 19(2), 143–149 (2008).
2. J. Li, C. Xie, L. Li, "Vibration Modes of the Rotor System of Turbocharger with Floating-Ring Bearing", *Journal of Vibroengineering* 18(8), 5230–5242 (2016).
3. A. Chouksey, P.S. Sekhar, K.S.S. Murty, "Modal Analysis of Rotor-Shaft System under the Influence of Material Damping", *Mechanism and Machine Theory* 52, 90–105 (2012).
4. F. Peeters, R. Pintelon, J. Schoukens, Y. Rolain, "Identification of Rotor-Bearing Systems in the Frequency Domain Part I: Estimation of Frequency Response Functions", *Mechanical Systems and Signal Processing* 15(4), 759–773 (2001).
5. R.B. Randall, "Experimental Modal Analysis", *CSI Reliability Week Conference Proceedings*, Orlando, Florida (1999).
6. J. Vavro, P. Mazur, P. Vavro, "Numerical Modal Analysis of Turbo-Jet Engine Rotor", *Journal of Mechanical and Transport Engineering* 69, 63–71 (2019).
7. O.E. Efe-Ononeme, "Structural and Modal Analysis of Gas Turbine Blades Using ANSYS", *Turkish Journal of Mechanical Engineering* 22(4), 1–7 (2018).
8. A. Montoya, P. Chazot, F. Chevalier, "Oversampled Modal Approach of a Turbocharger Rotor", *Measurement* 88, 356–364 (2016).
9. S. Lin, W. Zhang, F. Chen, "Modal Verification and Strength Analysis of Bladed Rotors", *Applied Sciences* 11(14), 6306 (2021).
10. G. Roig Bauzà, M. Valero, J. Egusquiza, "Experimental and Numerical Modal Analysis of a Reduced-Scale Kaplan Turbine Model", *Renewable Energy* 177, 1396–1408 (2021).
11. Z. Liu, C. Huang, T. Zhang, "Dynamic Behaviour Analysis of Turbocharger Rotor-Shaft System under Thermal Environment", *Mathematical Problems in Engineering* 2020, Article ID 8888504 (2020).
12. H. Al-Khazali, S. Askari, "Thermal Effects on Shaft Pre-Stress in Rotor Dynamic Systems", *Mechanical Engineering Letters* 6, 1–9 (2012).
13. T. Li, Y. Yang, H. Zhou, "Nonlinear Vibration Analysis of Turbocharger Rotor Supported on Rolling Bearing", *Machines* 13(5), 360 (2025).
14. J. Yue, S. Liang, Z. Wang, "Dynamic Modeling and Characteristics Analysis of Rotor-Shaft System", *Machines* 11(3), 580 (2023).
15. G. Zague, J. Marques, P. Ribeiro, "Combination of Operational Modal Analysis Algorithms for Centrifugal Compressor Identification", *Mechanical Systems and Signal Processing* 220, 110452 (2024).
16. J. Qiu, Y. Li, "In-plane Selective Excitation of Vibration Modes Using Piezoelectric Transducers", *Sensors and Actuators A: Physical* 329, 112780 (2021).