

روش آکوستیک برای تعیین غلظت اجزا در کامپوزیت‌های سه‌جزیی تحت فرآیندهای ایزوباریک و ایزوترمال

سید محمد فاروق اشرف سجادی^{آ*}، سرگی ویکتوریچ سوخنین^ب، فرشته عیوضخانی^پ
، سیروان فرهادی^ت

^آ روسیه، نووسیبیرسک، شهرک دانشگاه، دانشگاه دولتی علوم طبیعی نووسیبیرسک، دانشکده مکانیک
ریاضی، ۶۳۰۰۹۰، مربی

^ب روسیه، نووسیبیرسک، شهرک دانشگاه، دانشگاه دولتی علوم طبیعی نووسیبیرسک و موسسه
هیدرودینامیک، دانشکده مکانیک ریاضی، ۶۳۰۰۹۰، پروفیسور

^پ روسیه، نووسیبیرسک، شهرک دانشگاه، دانشگاه دولتی علوم طبیعی نووسیبیرسک، دانشکده مکانیک
ریاضی، ۶۳۰۰۹۰، مربی

^ت ایران، سنندج، بلوار پاسداران، بلوار دانشگاه، دانشگاه دولتی کردستان، دانشکده مهندسی، ۶۶۱۷۷-
۱۵۱۷۵، استادیار

*m.ashrafsajadi@gmail.com**

چکیده:

در این مقاله، سرعت فاز امواج صوتی در کامپوزیت‌های سه‌جزئی با آرایش تناوبی خطی (دوره تناوب^۱) در فشارهای مختلف در یک فرآیند دما ثابت و در دمای‌های مختلف در یک فرآیند فشار ثابت مورد بررسی قرار گرفته است. به روش معکوس به تعیین میزان غلظت اجزا پرداخته شده است. در این پژوهش، انتشار امواج آکوستیکی بلند در بلورهای فونونی سه‌جزئی مورد مطالعه قرار گرفته و وابستگی سرعت فاز موج به غلظت حجمی اجزای تشکیل دهنده بلور تحلیل شده است. غلظت اجزای موجود در سلول واحد با استخراج رابطه سرعت فاز در این سلول تعیین می‌گردد. مسئله ریاضی مورد نظر یک مسئله معکوس است. برای تأمین تعداد معادلات کافی به منظور تعیین مجهولات، سرعت فاز در سلول واحد در دو روش مختلف بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که اندازه‌گیری دقیق سرعت موج در روش‌های مختلف، تعیین غلظت تمامی عناصر بلوری را با دقت بالا امکان‌پذیر می‌سازد. هدف این مقاله، توسعه روشی برای تعیین غلظت اجزای یک مخلوط سه‌جزئی با استفاده از سرعت فاز امواج آکوستیکی بلند است. این پژوهش از آن جهت حائز اهمیت است که کاربردهای مستقیمی در فرآیند ساخت نانوکامپوزیت‌ها، بهینه‌سازی روش‌های تولید و کنترل کیفیت در صنایع هوافضا (هواپیما، راکت و پهپاد) و صنایع حمل‌ونقل (خودرو، کشتی و...) دارد. روش کار به این ترتیب است: ابتدا معادلات حاکم بر انتشار امواج صوتی ارائه شده‌اند. به دو روش در دو فرآیند دما ثابت و فشار ثابت، رابطه مربوط به سرعت فاز صوت به دست آمده است. در نهایت، با یک مثال عددی درستی رابطه سرعت صوت فاز مورد بررسی قرار گرفته است.

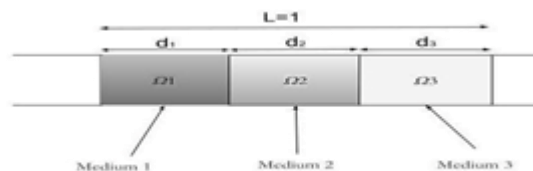
کلمات کلیدی: آزمون غیر مخرب (NDT) برای مواد کامپوزیت سه‌جزئی؛ کریستال فونونی؛ کنترل کیفیت کامپوزیت؛ روش آکوستیک.

معرفی:

هدف این مقاله، توسعه روشی برای تعیین غلظت اجزای یک مخلوط سه‌جزئی با استفاده از سرعت فاز امواج آکوستیکی بلند است. برای دستیابی به این هدف، ویژگیهای آکوستیکی امواج بلند در کامپوزیت‌های سه‌جزئی ناهمگن، با به کارگیری نظریه انتشار موج یک بعدی مورد بررسی قرار گرفته است. بریلوئن و پارودی جز نخستین افرادی بودند که در سال ۱۹۵۶ به مطالعه انتشار موج در محیط‌های تناوبی پرداختند [۱]. کتاب آنها به عنوان مرجع پایه‌ای در مطالعه امواج آکوستیکی باقی مانده و نظریه اساسی انتشار این امواج در محیط‌های جامد، مایع و گازی را بنیان نهاده است. سانچز در سال ۱۹۸۰ با بررسی گسترده تر انتشار موج در محیط‌های ناهمگن و نظریه ارتعاشات، نقش مؤثری در پیشرفت این حوزه ایفا کرد [۲]. از آن زمان تاکنون، مطالعات فراوانی در این زمینه منتشر شده که برخی از کاربردها و روشهای مطالعه، همراه با مروری بر ادبیات موضوع، در منابع [۳-۵] ارائه شده‌اند. مسئله تعیین اجزای تشکیل دهنده مخلوط‌ها با استفاده از اندازه‌گیری امواج آکوستیک و بکارگیری روشهای تحلیلی مختلف، از پیشینه طولانی برخوردار است. برای نمونه، ست در سال ۱۹۶۱ مروری جامع بر روشها، کاربردها و یافتههای پژوهشی مربوط به پاشندگی و جذب امواج صوتی در مایعات و مخلوط‌های مایع منتشر کرد [۶]. مطالعات پایه‌ای در مورد انتشار موج در محیط‌های ناهمگن تناوبی یک بعدی در منابع [۷-۹] ارائه شده‌اند که در آنها پدیده‌هایی همچون پاشندگی شدید، ظهور باندهای عبور بینهایت و باندهای ممنوعه، و همچنین حالت انتشار بینهایت مورد بحث قرار گرفته است. مراجع [۱۰-۱۲] به بررسی انتشار امواج آکوستیکی در محیط‌های تناوبی پرداخته و نشان داده‌اند که این ساختارها میتوانند شکاف باندی برای امواج آکوستیکی ایجاد کنند. به طور خاص، مرجع [۱۲] رابطه پاشندگی و جذب امواج آکوستیکی در مایعات و مخلوط‌های مایع را مطالعه کرده است. سوخنین و همکارانش در سالهای اخیر پژوهشهای گسترده‌ای در مورد ویژگیهای امواج آکوستیکی عبوری از ساختارهای تناوبی انجام داده‌اند. برای مثال، مرجع [۱۳] به بررسی ویژگیهای رزونانسی و هدایت امواج آکوستیکی در زنجیرهای از موانع ناهمگن شفاف پرداخته و نوارهای عبور و توقف حاصل را تحلیل کرده است. مرجع [۱۴] یک رابطه پاشندگی برای تمام مدهای موجبری معرفی نموده و ویژگیهای موجبری و رزونانسی را در یک کامپوزیت دوجزئی با ساختار تناوبی ناهمگن یک بعدی مورد مطالعه قرار داده است. مرجع [۱۵] تمام زنجیره‌های تناوبی یک بعدی

مشروط به شرط مرزی نیومن را تحلیل کرده و ویژگیهای موجبری آنها را نشان داده است. مرجع [۱۶] نوار عبور در فرکانسهای پایین را تعیین کرده و نسبت انتقال امواج در حال انتشار در مرزهای محیطهای تناوبی ناهمگن را بر اساس پارامترهای موج ورودی و ویژگیهای محیط انتشار ارزیابی کرده است. همچنین، مرجع [۱۷] یک مدل ریاضی برای مطالعه انتقال و بازتاب امواج آکوستیکی تابیده شده بر کامپوزیتهای دو جزئی ناهمگن ارائه داده است. این مدل، ورود موج از یک محیط همگن به کامپوزیت را در نظر گرفته و تأثیر ویژگیهای اجزای کامپوزیت (مانند چگالی و سرعت صوت) بر موج انتقال یافته را بررسی میکند. دیون و برنز [۱۸] یک روش کلی برای تعیین کسر حجمی یک مایع در مخلوطهای چند جزئی ارائه کردند که در آن از تحلیل اعوجاج امواج فراصوت عبوری از محیط استفاده شده است. روشهای مبتنی بر آکوستیک و فراصوت کماکان برای تحلیل مخلوطهای مایع از اهمیت بالایی برخوردارند (نگاه کنید به [۱۹-۲۳]). چگونگی انتشار موج در محیطهای همگن و ناهمگن با دوره تناوب مشخص، به طور گسترده در مراجع [۲۴-۲۸] مطالعه شده و معادلات حاکم بر لایههای مرزی کامپوزیتهای نیز در آنها ارائه شده است. سایمانووا و همکاران در مرجع [۲۹] انتشار امواج بلند در کامپوزیتهای دوجزئی را تحلیل کرده و معادله پاشندگی و سرعت فاز را برای چنین محیطهایی به دست آورده اند. آنها در ادامه، کاربرد معکوس این معادلات را برای کنترل کیفیت کامپوزیت ارزیابی نموده اند. در این پژوهش، انتشار امواج آکوستیکی بلند در بلورهای فونونی سه جزئی مورد مطالعه قرار گرفته و وابستگی سرعت فاز موج به غلظت حجمی اجزای تشکیل دهنده بلور تحلیل شده است. غلظت اجزای موجود در سلول واحد با استخراج رابطه سرعت فاز در این سلول تعیین میگردد. مسئله ریاضی مورد نظر یک مسئله معکوس است. برای تأمین تعداد معادلات کافی به منظور تعیین مجهولات، سرعت فاز در سلول واحد در دو روش مختلف بررسی شده است. نتایج نشان میدهد که اندازه گیری دقیق سرعت موج در روشهای مختلف، تعیین غلظت تمامی عناصر بلوری را با دقت بالا امکان پذیر می سازد. اگرچه محاسبات به دقت اندازه گیری حساس بوده و بسته به اجزای بلور و نسبتهای غلظت، ممکن است خطاهایی با مرتبه های مختلف ایجاد شوند، اما این روش می تواند برای کنترل کیفیت تولید مواد کامپوزیتی نانو مقیاس سه جزئی (شامل مواد متخلخل) به کار گرفته شود.

فرمول بندی: در این مقاله فرض بر این است که کوچکترین سلول در کامپوزیت را یک کریستال فونونی در نظر میگیریم. این بلورهای آکوستیک به صورت دوره ای یک بعدی، ناهمگن و سه جزئی هستند. محیطها به صورت ناهمگن در قالب یک کامپوزیت سه جزئی ناهمگن، با نماد i ($i=1,2,3$) که می تواند جامد، مایع و گاز باشند تشکیل شده است و غلظت هر مدیا (محیط) به صورت خطی با d_i ($i=1,2,3$) معرفی گردیده است: (شکل ۱)



شکل ۱: کریستال آوایی سه جزئی با طول واحد ۱:

(L) کوچکترین دوره مکانی است، (X) یک متغیر تک بعدی است، $(x=X/L)$ یک متغیر بدون بعد است. در اینجا دوره ۱ است.

سلول واحد مجموعه ای از x است به طوری که $x < x^* + 1$ که x^* هر عددی می تواند باشد. در اینجا، فرض می کنیم که محیط Ω_1 : سیلیکا، محیط Ω_2 : آب و محیط Ω_3 : هوا است. سلول واحد $0 < x < 1$ است. مختصات مرز محیطها به صورت زیر می باشد.

d_j - اندازه قطره، حباب یا سیلیکا با زیر شاخص «j» بسته موج ابتدایی برای توصیف معادلات انتشار موج به شرح زیر است:

$$\Omega_1 = 0 \leq x \leq d_1$$

$$\Omega_2 = d_1 \leq x \leq d_1 + d_2$$

$$\Omega_3 = d_1 + d_2 \leq x \leq d_1 + d_2 + d_3$$

$$\Lambda(x+1) = \Lambda(x) \quad (1)$$

که در آن، فرکانس نوسان دایره ای و $\Lambda(x)$ ضریب دامنه و t متغیر زمان است. بنابراین، نوسانات در یک دوره مکانی با معادلات 1 توصیف می شوند. اثبات تساوی $\Lambda(x+1) = \Lambda(x)$ در مقاله [12-20] بیان گردیده است. رابطه فشار در محیط های 1 تا 3 به صورت زیر بیان شده است.

$$\Omega_1: p_1^{**} + \lambda^2 p_1^2 \quad ; \quad \Omega_2: p_2^{**} + \lambda^2 \kappa_{12}^2 p_2^2 \quad ; \quad \Omega_3: p_3^{**} + \lambda^2 \kappa_{13}^2 p_3^2 \quad (2)$$

در اینجا $\lambda = \frac{\omega L}{c_1}$ بسامد نوسان بدون بعد، $k_{12} = \frac{d_1}{d_2}$ و $k_{13} = \frac{d_1}{d_3}$ نسبت سرعت صوت و $\tau_{21} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$ ، $\tau_{32} = \frac{\rho_3}{\rho_2}$ ، $\tau_{13} = \frac{\rho_1}{\rho_3}$ نسبت چگالی است.

فرمول های موج بر اساس فشار برای اجزا در حالت سینتیکی :

$$P_1 = a_1 \cdot e^{i\lambda x} + b_1 \cdot e^{-i\lambda x} \quad ; \quad P_2 = a_2 \cdot e^{i\lambda \kappa_{12} x} + b_2 \cdot e^{-i\lambda \kappa_{12} x} \quad ; \quad P_3 = a_3 \cdot e^{i\lambda \kappa_{13} x} + b_3 \cdot e^{-i\lambda \kappa_{13} x} \quad (3)$$

فرمول های موج بر اساس فشار برای اجزا در حالت دینامیکی :

(در اینجا با مشتق گیری از x در فرمول های قسمت سینتیکی، فرمول های قسمت دینامیکی حاصل می شوند)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_1} \cdot P'_1 &= i\lambda (a_1 \cdot e^{i\lambda x} - b_1 \cdot e^{-i\lambda x}) \\ \frac{1}{\rho_2} \cdot P'_2 &= i\lambda \kappa_{12} (a_2 \cdot e^{i\lambda \kappa_{12} x} - b_2 \cdot e^{-i\lambda \kappa_{12} x}) \\ \frac{1}{\rho_3} \cdot P'_3 &= i\lambda \kappa_{13} (a_3 \cdot e^{i\lambda \kappa_{13} x} - b_3 \cdot e^{-i\lambda \kappa_{13} x}) \end{aligned} \quad (4)$$

با توجه به شش جزئی بودن کریستال آوایی به طبع آن وجود دو مجهول (a_j, b_j) ($j=1,2,3$) در فرمول موج بر اساس فشار برای هر جز، نیازمند 6 معادله جهت بدست آوردن مجهولات هستیم، که برای این مهم از فرمول موج در حالت سینتیکی و دینامیکی استفاده کرده ایم.

معادلات مرزی : با استفاده از فرمول های سینتیکی و دینامیکی در مرز بین اجزا و فاکتور گیری از $i\lambda$ (در معادلات دینامیکی)، 6 معادله حاصل خواهد شد. این معادلات در نهایت ماتریس T را تشکیل خواهند داد.

معادلات سینتیکی و دینامیکی در $x = d_1$ به صورت $P_2 = P_1$ و $\tau_{21} P'_1 = P'_2$ بیان می‌شود. باید توجه داشت در معادلات دینامیکی پارامتر jg ($\tau_{21} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$, $\tau_{32} = \frac{\rho_3}{\rho_2}$, $\tau_{13} = \frac{\rho_1}{\rho_3}$ نسبت چگالی) ظاهر خواهد شد. به صورت زیر تشریح شده است:

$$\begin{aligned} \text{Eq 1: } a_1 \cdot e^{i\lambda d_1} + b_1 \cdot e^{-i\lambda d_1} &= a_2 \cdot e^{i\lambda \kappa_{12} d_1} + b_2 \cdot e^{-i\lambda \kappa_{12} d_1} \\ \text{Eq 2: } \tau_{21} (a_1 \cdot e^{i\lambda d_1} - b_1 \cdot e^{-i\lambda d_1}) &= \kappa_{12} (a_2 \cdot e^{i\lambda d_1} - b_2 \cdot e^{-i\lambda d_1}) \end{aligned} \quad (7)$$

معادلات سینتیکی و دینامیکی در $x = (d_1 + d_2)$ به صورت $P_2 = P_3$ و $\tau_{32} P'_2 = P'_3$ تعریف و بدین گونه تشریح می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Eq 3: } a_2 \cdot e^{i\lambda \kappa_{12} (d_1 + d_2)} + b_2 \cdot e^{-i\lambda \kappa_{12} (d_1 + d_2)} &= a_3 \cdot e^{i\lambda \kappa_{13} (d_1 + d_2)} + b_3 \cdot e^{-i\lambda \kappa_{13} (d_1 + d_2)} \\ \text{Eq 4: } \tau_{32} \kappa_{12} (a_2 \cdot e^{i\lambda \kappa_{12} (d_1 + d_2)} - b_2 \cdot e^{-i\lambda \kappa_{12} (d_1 + d_2)}) &= \kappa_{13} (a_3 \cdot e^{i\lambda \kappa_{13} (d_1 + d_2)} - b_3 \cdot e^{-i\lambda \kappa_{13} (d_1 + d_2)}) \end{aligned} \quad (8)$$

معادلات سینتیکی و دینامیکی در نقطه پایانی هر کریستال با نقطه ی ابتدایی کریستال بعدی برابر (6) خواهد بود:

$$\begin{aligned} \text{Eq 5: } (a_1 + b_1) \cdot e^{i\xi} &= a_3 \cdot e^{i\lambda \kappa_{13}} + b_3 \cdot e^{-i\lambda \kappa_{13}} \\ \text{Eq 6: } \tau_{31} (a_1 - b_1) \cdot e^{i\xi} &= \kappa_{13} (a_3 \cdot e^{i\lambda \kappa_{13}} - b_3 \cdot e^{-i\lambda \kappa_{13}}) \end{aligned} \quad (9)$$

نهایتاً با استفاده از معادله 7, 8 و 9 ماتریس T را تشکیل می‌دهد و به صورت زیر نمایش داده شده است.

$$T = \begin{pmatrix} e^{i\lambda d_1} & e^{-i\lambda d_1} & -e^{i\lambda \kappa_{12} d_1} & -e^{-i\lambda \kappa_{12} d_1} & 0 & 0 \\ e^{i\lambda d_1} & -e^{-i\lambda d_1} & -\tau_{12} \kappa_{12} e^{i\lambda \kappa_{12} d_1} & +\tau_{12} \kappa_{12} e^{-i\lambda \kappa_{12} d_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\lambda \kappa_{12} (d_1 + d_2)} & e^{-i\lambda \kappa_{12} (d_1 + d_2)} & -e^{i\lambda \kappa_{13} (d_1 + d_2)} & -e^{-i\lambda \kappa_{13} (d_1 + d_2)} \\ 0 & 0 & \tau_{12} \kappa_{12} e^{i\lambda \kappa_{12} (d_1 + d_2)} & -\tau_{12} \kappa_{12} e^{-i\lambda \kappa_{12} (d_1 + d_2)} & -\tau_{13} \kappa_{13} e^{i\lambda \kappa_{13} (d_1 + d_2)} & +\tau_{13} \kappa_{13} e^{-i\lambda \kappa_{13} (d_1 + d_2)} \\ e^{-i\xi} & e^{-i\xi} & 0 & 0 & -e^{i\lambda \kappa_{13}} & -e^{-i\lambda \kappa_{13}} \\ e^{-i\xi} & -e^{-i\xi} & 0 & 0 & -\tau_{13} \kappa_{13} e^{i\lambda \kappa_{13}} & +\tau_{13} \kappa_{13} e^{-i\lambda \kappa_{13}} \end{pmatrix}$$

رابطه پراکندگی: حال با دترمینان گیری از ماتریس T مساوی صفر قرار دادن آن $\text{Det } T(\lambda, \xi) = 0$ رابطه چند

پراکندگی حاصل می‌شود که عموماً به همراه ناهنجاری می‌باشد. برای رفع ناهنجاری از روش ضرب طرفین تساوی در یک عبارت (یافتن عبارت نیازمند بررسی دقیق رابطه و دلیل ناهنجاری به وجود آمده است) انجام شده است. پس از رفع ناهنجاری و انجام بسط تیلور، رابطه چند پراکندگی نهایی حاصل گردیده است.

$$\begin{aligned} & (d_1 \lambda) \sin(d_2 \kappa_{12} \lambda) \sin \sin(d_3 \kappa_{13} \lambda) + \\ & \kappa_{12} \tau_{21} (\kappa_{13}^2 + \tau_{31}^2) \sin(d_1 \lambda) \cos(d_2 \kappa_{12} \lambda) \sin(d_3 \kappa_{13} \lambda) + \\ & \kappa_{13} \sin \tau_{31} (\kappa_{12}^2 + \tau_{21}^2) \sin(d_1 \lambda) \sin(d_2 \kappa_{12} \lambda) \cos \cos(d_3 \kappa_{13} \lambda) + \\ & 2 \kappa_{13} \tau_{31} \kappa_{12} \tau_{21} (\cos(\xi) - \cos(d_1 \lambda) \cos(d_2 \kappa_{12} \lambda) \cos(d_3 \kappa_{13} \lambda)) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

با بسط سوم تیلور و انجام عملیات ساده سازی رابطه ی پراکندگی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\lambda(\kappa, \tau, \xi) = \frac{\sqrt{2(1 - \cos(\xi))}}{\sqrt{(d_1 + d_2 \tau_{21} + d_3 \tau_{31})(d_1 + d_2 \frac{\kappa_{12}^2}{\tau_{21}} + d_3 \frac{\kappa_{13}^2}{\tau_{31}})}} \quad (11)$$

سرعت صوت فاز :

رابطه پراکندگی را پس از ساده سازی و استفاده از تبدیل مثلثاتی $\frac{\xi}{2} \cong \frac{\xi}{2}$ و $1 - \cos(\xi) = \sin^2(\frac{\xi}{2})$ و با فرض کوچک بودن و طول موج بلند میتوانیم رابطه $\lambda(\kappa, \tau, \xi)$ و از رابطه $\omega = \frac{\lambda(\kappa, \tau, \xi) \cdot c_1}{L}$ و $\xi = \frac{\xi}{L}$ ، رابطه سرعت صوت فاز به صورت زیر تعریف خواهد شد .

$$C_{phase}(\kappa, \tau, \xi) = \frac{\lambda(\kappa, \tau, \xi) \cdot c_1}{L} = \frac{\xi \cdot c_1}{\sqrt{(d_1 + d_2 \tau_{21} + d_3 \tau_{31})(d_1 + d_2 \frac{\kappa_{12}^2}{\tau_{21}} + d_3 \frac{\kappa_{13}^2}{\tau_{31}})}} \quad (12)$$

و با استفاده از رابطه (13) مجموع اندازه ی غلظت ها بدون بعد برابر یک است .

$$d_1 + d_2 + d_3 = 1 \quad (13)$$

همانطور که توضیح داده شد با رابطه (12) و (13) تعیین غلظت های (d_1 , d_2 و d_3) امکان پذیر نیست (دو معادله سه مجهول) پس برای یافتن معادله سوم دو روش پیشنهاد شده است . روش اول معادله سرعت فاز در فشارهای متفاوت در فرآیند دما ثابت و روش دوم سرعت فاز در فشارهای متفاوت در فرآیند فشار ثابت که به صورت کامل تشریح شده است.

روش اول :

سرعت فاز در فشارهای متفاوت در فرآیند دما ثابت: یکی از روش ها برای یافتن اندازه غلظت های اجزا کامپوزیت

سه جزیی (d_1 , d_2 و d_3)، نیازمند سه معادله می باشیم به همین برای به وجود آوردن معادله ، با تغییر فشار در یک فرآیند دما ثابت ، به رابطه ی (14) دوم برای سرعت صوت فاز خواهیم رسید. رابطه چگالی فاز به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$\rho_{phase} = d_1 \rho_1 + d_2 \rho_2 + d_3 \rho_3$$

با مشتق گیری از رابطه چگالی فاز نسبت به فشار در یک فرایند ایزوترمال داریم :

$$\frac{1}{c_{phase}^2} = (-\frac{d}{dp} d_1) \rho_1 + (\frac{d}{dp} \rho_1) d_1 + (-\frac{d}{dp} d_2) \rho_2 + (\frac{d}{dp} \rho_2) d_2 + (-\frac{d}{dp} d_3) \rho_3 + (\frac{d}{dp} \rho_3) d_3$$

و با استفاده از رابطه های $\frac{1}{c_i^2} = \frac{d}{dp} \rho_i$ و $m_i = \frac{d_i \cdot \rho_i}{\rho}$ (غلظت جرمی اجزا) و ساده سازی های زیر :

$$\frac{d}{dp} \rho = \frac{1}{c_{phase}^2} ; \quad \frac{d}{dp} \rho_i = \frac{1}{c_i^2}$$

$$m_i = \frac{d_i \cdot \rho_i}{\rho} ; \quad (\frac{d}{dp} d_i) = (\frac{d_i}{(d_1 \rho_1 + d_2 \rho_2 + d_3 \rho_3) \rho_i c_i^2}) - (\frac{d_i}{\rho_i c_i^2})$$

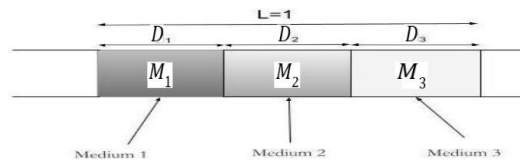
رابطه سرعت فاز (14) با تغییر فشار به صورت زیر حاصل می گردد. که c_1 , c_2 و c_3 سرعت صوت اجزا و 1, 2 و 3 چگالی اجزا می باشند.

$$C_{phase} = \frac{1}{\sqrt{(\frac{d_3}{\rho_3 c_3^2} + \frac{d_2}{\rho_2 c_2^2} + \frac{d_1}{\rho_1 c_1^2}) \cdot (d_3 \rho_3 + d_2 \rho_2 + d_1 \rho_1)}} \quad (15-1)$$

روش دوم :

سرعت فاز در فشارهای متفاوت در فرآیند فشار ثابت:

یکی دیگر از روش های تعیین معادله سوم برای تعیین غلظت های (d1, d2, d3)، بررسی تغییر دمای کریستال در فرآیند فشار ثابت است. این روش فرایند تعیین سرعت صوت فاز متفاوتی ندارد اما باید توجه داشت که با تغییر دما، چگالی و سرعت صوت تغییر می کنند پس باید نسبت چگالی ها و نسبت سرعت صوت ها باید دوباره تعیین شود و باید توجه داشت که تغییر چگالی باعث تغییر در غلظت اجزا می شود اما با قانون پایستگی جرم رابطه ای بین غلظت های اجزا در دمای اولیه و غلظت های اجزا در دمای ثانویه معرفی می گردد.



شکل 2: کریستال در دمای ثانویه با غلظت های (D3, D2, D1) در فرآیند فشار ثابت.

نیاز به تعیین نماد در دمای ثانویه برای روشن شدن موضوع باید در جدول 2 نماد های چگالی، سرعت صوت و غلظت اجزا در دماهای اولیه و ثانویه بیان شود.

جدول 2. چگالی، سرعت صوت و غلظت اجزا در دماهای اولیه و ثانویه

نماد	دمای اولیه	دمای ثانویه
جرم	m	M
چگالی	ρ	r
دسرعت صوت	C	V
غلظت اجزا	d	D

جدول 3: با توجه به اینکه چگالی، سرعت صوت و غلظت اجزا تابعی از دما می باشند باید تفکیکی بین نماد های بی بعد کریستال در دمای اولیه و ثانویه الزامیست. برای این مهم نماد هایی چون jg , zg در جدول پایین باید تعریف شوند.

جدول 3. نماد های نسبت چگالی و نسبت سرعت صوت در دمای اولیه و ثانویه

نماد	دمای اولیه	دمای ثانویه
جرم و غلظت اجزا	m, d	M, D
نسبت چگالی	$\tau_{jg} = \frac{\rho_j}{\rho_g}$	$\beta_{jg} = \frac{r_j}{r_g}$
نسبت سرعت صوت	$\kappa_{jg} = \frac{c_j}{c_g}$	$\alpha_{jg} = \frac{v_j}{v_g}$
رابطه پراکندگی	$\lambda_{(T1)} = \frac{\omega L}{c_1}$	$\lambda_{(T2)} = \frac{\omega L}{v_1}$

به همان روشی که در بالاتر توضیح داده شده است، سرعت صوت فاز در دمای ثانویه به صورت زیر بیان می شود.

$$c_{phase(T2)} = \frac{v_1 \cdot \xi}{\sqrt{D_1^2 + D_2^2 \alpha_{12}^2 + D_3^2 \alpha_{13}^2 + D_1 D_2 \beta_{21} + D_1 D_3 \beta_{31} + D_2 D_3 \beta_{32} \alpha_{12}^2 + \frac{D_1 D_2 \alpha_{12}^2}{\beta_{21}} + \frac{D_2 D_3 \alpha_{13}^2}{\beta_{32}} + \frac{D_1 D_3 \alpha_{13}^2}{\beta_{31}}}}$$

با استفاده از قانون پایستگی جرم می توانیم غلظت های دمای ثانویه را به غلظت دمای اولیه تبدیل کنیم به روش زیر:

$$M_j = m_j \rightarrow \rho_j \cdot d_j = r_j \cdot D_j \rightarrow Y_j = \frac{\rho_j}{r_j} \rightarrow D_j = Y_j \cdot d_j$$

پس در نهایت معادله (2-15) برای تعیین غلظت های (d1, d2, d3)، در روش فشار ثابت به صورت زیر تعریف و بیان می

شود.

$$C_{\text{phase}\{T2\}} = \frac{v_1 \cdot \xi^-}{\sqrt{d_1^2 v_1^2 + d_2^2 v_2^2 \alpha_{12}^2 + d_3^2 v_3^2 \alpha_{13}^2 + d_1 Y_1 d_2 Y_2 \beta_{21} + d_1 Y_1 d_3 Y_3 \beta_{31} + d_3 Y_3 d_2 Y_2 \beta_{32} \alpha_{12}^2 + \frac{d_1 Y_1 d_2 Y_2 \alpha_{12}^2}{\beta_{21}} + \frac{d_3 Y_3 d_2 Y_2 \alpha_{13}^2}{\beta_{32}} + \frac{d_1 Y_1 d_3 Y_3 \alpha_{13}^2}{\beta_{31}}}} \quad (15-2)$$

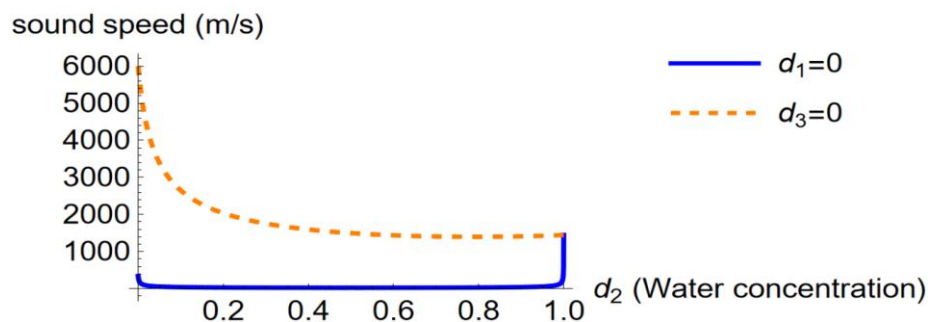
مثال عددی :

در این قسمت با ذکر یک مثال به بررسی میزان دقت رابطه (13) می پردازیم . در اینجا محیط سیلیکا ، محیط دو آب و محیط سوم هوا فرض شده است . در جدول 1 نمایانگر چگالی و سرعت صوت در اجزا است . با توجه به [30,31] محیط دوم سوم به صورت تابعی از دما معرفی شده اند.

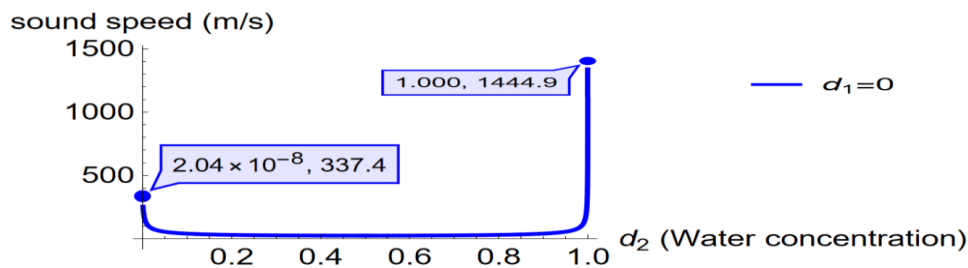
جدول 2. چگالی و سرعت صوت اجزای کامپوزیت

Air Medi- um(M3)	Water me- dium (M2)	Silica medi- um(M1)	دمای ثانویه
20.05 (273.16+T) ^{0.5}	0.0274 T ² + 4.0594 T + 1407.3	۶۰۰۰	Speed sound(m/s)
353/(T+27 3.15)	(999.84 + 16.9452 T - 0.00798704 T ² - 0.0000461705 T ³ + 1.05563*10 ⁻⁷ T ⁴ - 2.80543*10 ⁻¹⁰ T ⁵)/(1 + 0.0168799 T)	۲۶۵۰	Density(kg/m ³)

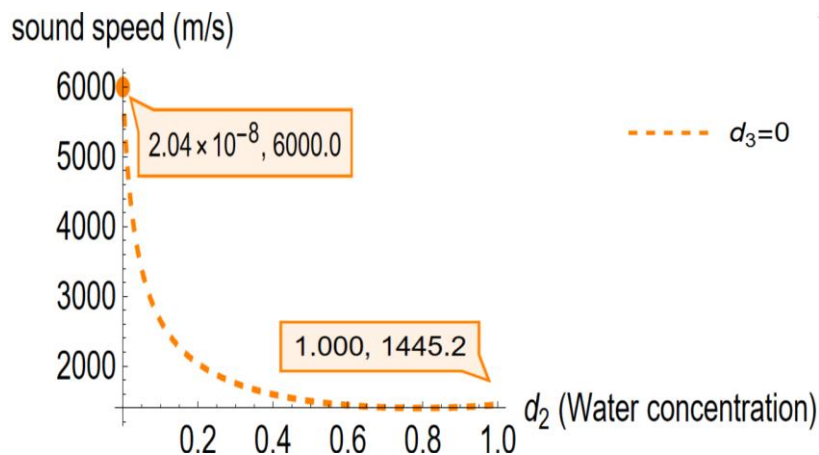
در شکل 3 نسبت سرعت فاز به غلظت آب در حالت های مختلف بیان شده است . این نمودار نمایانگر دقت رابطه سرعت فاز است بدین گونه که در حالتی که غلظت سیلیکا صفر باشد (خط آبی رنگ و شکل 3-1). کامپوزیت به حالت دو جزیی تبدیل شده و در زمانی که غلظت آب به صفر میل کند سرعت صوت فاز با سرعت صوت هوا برابر خواهد بود و در زمانی که غلظت آب به 1 میل کند سرعت صوت فاز با سرعت صوت آب برابری می کند و در حالت بعدی که غلظت هوا صفر باشد (خط چین نارنجی رنگ و شکل 3-2) کامپوزیت به حالت دو جزیی تبدیل شده و در زمانی که غلظت آب به صفر میل کند سرعت صوت فاز با سرعت صوت سیلیکا برابر خواهد بود و در زمانی که غلظت غلظت آب به 1 میل کند سرعت صوت فاز با سرعت صوت آب برابری می کند.



شکل 3 : نمودار سرعت صوت فاز نسبت به غلظت آب در حالت بدون غلظت سیلیکا (d1) و در حالت بدون غلظت هوا (d3)



شکل 3-1: نمودار سرعت صوت فاز نسبت به غلظت آب در حالت بدون غلظت سیلیکا (d_1)



شکل 3-2: نمودار سرعت صوت فاز نسبت به غلظت آب در حالت بدون غلظت هوا (d_3)

نتیجه گیری:

1. در این مقاله به روشی معکوس میزان غلظت اجزا کامپوزیت به دو روش (الف : با استفاده از تغییر دما در فرآیند فشار ثابت. ب : با استفاده از تغییر فشار در فرآیند دما ثابت.) به صورتی دقیق تعیین شده است.
2. در قالب مثال عددی درستی رابطه سرعت صوت فاز کامپوزیت بیان گردیده است .
3. این مقاله روشی نوین در NDT و در تعیین میزان غلظت اجزای نانو کامپوزیت های سه جزیی به صورت غیر مخرب مفید خواهد بود.

منابع:

1. L. Brillouin and M. Parodi, Propagation des Ondes dans les Milieux Periodiques, Masson, Paris (1956). [[Google Scholar](#)]
2. E. Sanchez-Palencia, Nonhomogeneous Media and Vibration Theory, Springer-Verlag, New York (1980). [[Google Scholar](#)]

3. Lu, Ming-Hui, Liang Feng, and Yan-Feng Chen. "Phononic crystals and acoustic metamaterials." *Materials today* 12.12 (2009): 34-42. [\[Google Scholar\]](#)
4. Deymier, Pierre A., ed. *Acoustic metamaterials and phononic crystals*. Vol. 173. Springer Science & Business Media, 2013. [\[Google Scholar\]](#)
5. Sette, D., 1961. Dispersion and absorption of sound waves in liquids and mixtures of liquids. *Akustik I/Acoustics I*, pp.275-360. [\[Google Scholar\]](#)
6. Kushwaha, Manvir S., et al. "Acoustic band structure of periodic elastic composites." *Physical review letters* 71.13 (1993): 2022. [\[Google Scholar\]](#)
7. Sukhinin, S.V.; Kondratenko, D. Wave transmission trough inhomogeneous chain of transparent obstacles. In *Proceedings of the International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kiev, Ukraine, 10–13 September 2002; pp. 157–162. [\[Google Scholar\]](#)
8. Sukhinin, S.V. Wave propagation and resonance phenomena in inhomogeneous media. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* **2001**, 42, 411–419. [\[Google Scholar\]](#) [\[CrossRef\]](#)
9. Sukhinin, S.V. Waveguide, anomalous, and whispering properties of a periodical chain of obstacles. *Sib. Zh. Indust. Mat.* **1998**, 1, 175–198. [\[Google Scholar\]](#)
10. Konstantinov A.P.; Sukhinin, S.V.; Yurkovskiy, V.S. Wave transmission and reflection at the boundary of phononic crystals. *J. Phys. Conf. Ser.* **2017**, 894, 012094. [\[Google Scholar\]](#) [\[CrossRef\]](#).
11. Saimanova, Z.B.; Sukhinin, S.V.; Zhumadillayeva, A.K. Wave transmission and reflection from the boundary of phononic crystal homogeneous medium. *Eurasian J. Math. Comput. Appl.* **2020**, 8, 62–75. [\[Google Scholar\]](#) [\[CrossRef\]](#)
12. Dion, Jonathan R., and David H. Burns. "Determination of volume fractions in multicomponent mixtures using ultrasound frequency analysis." *Applied Spectroscopy* 65.6 (2011): 648-656. [\[Google Scholar\]](#)
13. Al-Qahtani, Saeed M., and Christian M. Langton. "Estimation of liquid volume fraction using ultrasound transit time spectroscopy." *Measurement Science and Technology* 27, no. 12 (2016): 125003. [\[Google Scholar\]](#)
14. Al Qahtani, Saeed Mueed A. "Ultrasound transit time spectroscopy in complex media: Applications and relationship with phase interference." PhD diss., Queensland University of Technology, 2017. [\[Google Scholar\]](#)
15. Hossein, Fria, Massimiliano Materazzi, Matteo Errigo, Panagiota Angeli, and Paola Lettieri. "Application of ultrasound techniques in solid-liquid fluidized bed." *Measurement* 194 (2022): 111017. [\[Google Scholar\]](#)
16. Hossein, Fria, Cong Duan, and Panagiota Angeli. "Advanced ultrasound techniques for studying liquid-liquid dispersions in confined impinging jets." *Physics of Fluids* 36.8 (2024). [\[Google Scholar\]](#)
17. Xu, Xuan, Tong Xi, Yuemin Zhao, Zengqiang Chen, Shulei Song, and Liang Dong. "Propagation and attenuation of acoustic in gas-solid fluidized beds of group B particles." *Chemical Engineering Research and Design* 201 (2024): 129-139. [\[Google Scholar\]](#)
18. Kronig, R.; Penny, W.G. Quantum mechanics of electrons in crystals. *Proc. Roy. Soc. Lond.* **1930**, 130, 499–513. [\[Google Scholar\]](#)
19. Tamir, T.; Wang, H.C.; Oliner, A.A. Wave propagation in sinusoidally stratified media. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **1964**, 12, 324–335. [\[Google Scholar\]](#) [\[CrossRef\]](#)
20. Albert, D.G. A comparison between wave propagation in water-saturated and air-saturated porous materials. *J. Appl. Phys.* **1993**, 73, 28–36. [\[Google Scholar\]](#) [\[CrossRef\]](#)
21. Best, A.; McCann, C. Seismic attenuation and pore-fluid viscosity in clay-rich reservoir sandstones. *Geophysics* **1995**, 60, 1386–1397. [\[Google Scholar\]](#) [\[CrossRef\]](#)
22. Bakulin, A.V.; Molotkov, L.A. Application of complex Biot densities for the description of attenuation and dispersion in porous rocks. In *Proceedings of the EAGE 60th Conference and Technical Exhibition*, Leipzig, Germany, 8–12 June 1998; p. 85. [\[Google Scholar\]](#)
23. Allard, J.F.; Jansens, G.; Lauriks, W.; Vermeir, G. Frame-borne surface waves in air-saturated porous media. *J. Acoust. Soc. Am.* **2001**, 111, 690–696. [\[Google Scholar\]](#) [\[CrossRef\]](#)

24. Arntsen, B.; Carcione, J.M. Numerical simulation of the Biot slow wave in water-saturated Nivelsteiner sandstone. *Geophysics* **2001**, *66*, 890–896. [[Google Scholar](#)] [[CrossRef](#)]
25. Gurevich, B. Effect of fluid viscosity on elastic wave attenuation in porous rocks. *Geophysics* **2002**, *67*, 264–270. [[Google Scholar](#)] [[CrossRef](#)] [[Green Version](#)]
26. Gavriluk, S.L.; Makarenko, N.I.; Sukhinin, S.V. *Waves in Continuous Media; Lecture Notes in Geosystems Mathematics and Computing*; Springer International Publishing AG: Cham, Switzerland, 2017; ISBN 978-3-319-49276-6/978-3-319-49277-3. [[Google Scholar](#)]
27. Saimanova, Z.; Sukhinin, S.; Zhumadillayeva, A.; Mukhametzhanova, A.; Smagulova, A.; Abildaeva, G. Acoustic Method of Quality Control of Two-Component Composite Materials. *Applied Sciences*. 2021, 11-24, 11594. [[Google Scholar](#)]
28. Sukhinin, S.V. Features of signal propagation in heterogeneous media. In *Proceedings of the V International Seminar on Stability of Flows of Homogeneous and Heterogeneous Liquids*, Novosibirsk, Russia, 22–24 April 1998; pp. 98–103. [[Google Scholar](#)]
29. Konstantinov, A.P.; Sukhinin, S.V.; Yurkovskiy, V.S. Wave transmission and reflection at the boundary of phononic crystals. *J. Phys. Conf. Ser.* **2017**, *894*, 012094. [[Google Scholar](#)] [[CrossRef](#)]
30. GS, KELL. "Density, thermal expansivity, and compressibility of liquid water from 0°C to 150°C: Correlations and tables for atmospheric pressure and saturation reviewed and expressed on 1968 temperature scale." *J Chem Eng Data* **20.1** (1975): 97-105. [[Google Scholar](#)]
31. Anderson, John. *EBOOK: Fundamentals of Aerodynamics (SI units)*. McGraw hill, 2011. [[Google Scholar](#)]