

تحلیل دینامیکی دیسک و پره دارای شراد و تماس اصطکاکی

پریوش سلیمانیان^{*}، گلسا قناتی^{*}، محمدمهدی برجسته^۱، روح الله سبحانی^۱^۱ ایران، تهران، بلوار مرداماد-نبش خیابان کور-شماره ۲۳۱، شرکت گروه مپنا، ۱۹۱۸۹۵۳۶۵۱، شرکت گروه مپنا^{*}پست الکترونیکی نویسنده مسئول: phdmechanic63@gmail.com

چکیده

در این تحقیق، مدل المان محدود دیسک و پره دارای شرود توربین گاز با در نظر گرفتن تماس اصطکاکی و شرط تقارن سیکلیک به منظور تحلیل دینامیکی توسعه داده شده و ملزومات مهندسی فرآیند طراحی مورد بررسی قرار گرفته است. مدل توسعه داده شده تنش های دینامیکی را با در نظر گرفتن فرکانس گذر پره و میرایی اصطکاکی در ناحیه تماس با دقت بالایی محاسبه می کند. یکی از چالش های اصلی در موتورهای توربین گاز، خرابی خستگی با چرخه بالا پره های توربین ناشی از رزونانس ارتعاشی پره در محدوده عملکرد است. به منظور پیشگیری از خرابی و افزایش دامنه ارتعاشات و ناپایداری، پژوهشگران و سازندگان توربوماشین ها از میراگرهای اصطکاکی از نوع شرود و صفحه زیرین استفاده می کنند که به واسطه تماس اصطکاک-ضربه، روشی مناسب برای ائتلاف انرژی و جابجایی فرکانس های طبیعی می باشد. تحلیل ارتعاشی پره های مجهز به شرود، برای طراحی پره، پیش بینی تنش دینامیکی و تعیین عمر خستگی با چرخه بالا ضروری است.

محاسبات این پژوهش شامل سه بخش اصلی است: (۱) ایجاد یک مدل کاهش یافته کارآمد با استفاده از تقارن سیکلیک که قابلیت تحلیل استاتیکی و دینامیکی دیسک و پره مونتاژ شده را با در نظر گرفتن نیروهای آیرومکانیک دارا باشد. (۲) تحلیل استاتیکی غیرخطی با در نظر گرفتن نیروهای گریز از مرکز، دما و فشار. در این تحقیق مدل تماس اصطکاک بر پایه کولمب بوده و پدیده لغزش کامل را مدل سازی می کند. (۳) تحلیل ارتعاشات آزاد دیسک و پره با در نظر گرفتن تقارن سیکلیک به منظور استخراج نمودار کمبل که مقدمه ای ضروری برای طراحی دیسک و پره به شمار می رود. (۴) تحلیل پاسخ اجباری دیسک و پره در اثر تحریک نیروهای دینامیکی حاصل از جریان گذرای پره ها به منظور تعیین تنش های دینامیکی در پره.

کلمات کلیدی: دیسک و پره؛ تماس اصطکاک؛ نمودار کمبل؛ تنش دینامیکی.

۱- مقدمه

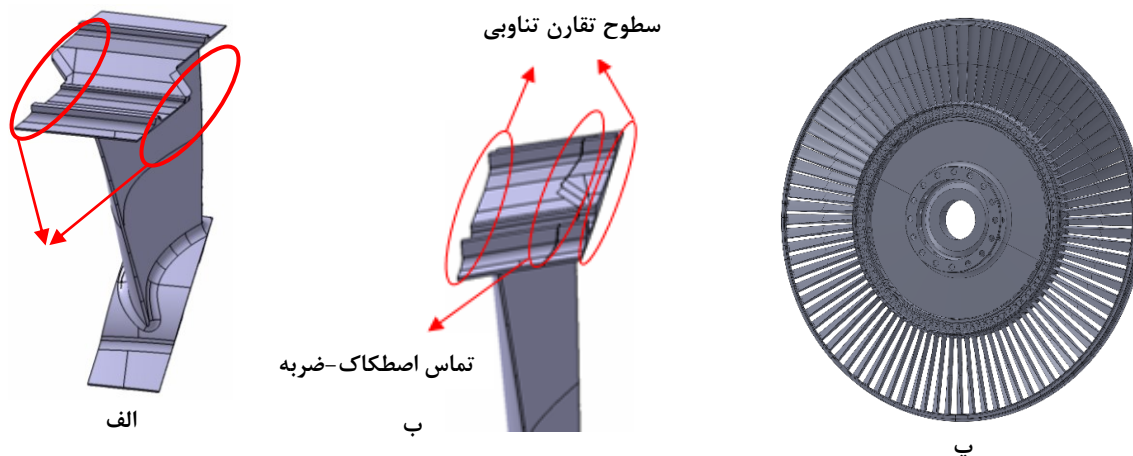
ارتعاشات دیسک و پره برای بیش از نیم قرن، کانون توجه پژوهشگران و طراحان بوده است؛ چراکه این پدیده به عنوان خطری جدی برای توربوماشین ها از جمله موتورهای هواپیما، توربین های گازی و توربین های بخار مورد استفاده در نیروگاه ها به شمار می رود. پدیده های ارتعاشی می توانند طراحی ایمن این قطعات را با مخاطره مواجه ساخته و به خرابی های فاجعه بار ناشی از خستگی با چرخه بالا منجر شوند. در کاربردهای توربوماشین ها، دیسک و پره ها تحت بارهای سنگینی شامل دما و سرعت های بالا، نیروی گریز از مرکز و نیروهای تحریک کننده آیرودینامیکی قرار می گیرند که منجر به خستگی با چرخه بالا، سایش و حتی جدا شدن پره می شوند. برای کاهش این ریسک ها، هدف اصلی در طراحی، کاهش ارتعاشات است. در این راستا، میرایی اصطکاکی با اتصال پره های مجاور به یکدیگر، روشی مؤثر برای بهبود دینامیک مجموعه دیسک و پره است. بارگذاری خارجی می تواند منجر به ایجاد و رشد تدریجی ترک ها در مجموعه دیسک و پره شود. از این رو، شناسایی ویژگی های دینامیکی پره امری حیاتی بوده و نمی توان آن را در طراحی روتور نادیده گرفت. نمودار کمبل به عنوان روشی برای ارزیابی این ویژگی ها در توربین گاز به کار می رود و می تواند به طور مؤثر بروز پدیده تشدید یا عدم تشدید سیستم را در محدوده سرعت عملیاتی تعیین کند. سینگ و همکاران [۱]. برای بررسی مودهای مستعد تحریک، نمودار ارزیابی پیشرفته فرکانس سیف، SAFE، را ارائه نمودند. این نمودار با تلفیق مودهای سازه ای و اطلاعات فرکانس رزونانس، مودهایی را

که احتمال تحریک دارند شناسایی می‌کند. برتینی و همکاران [۲] نیز با استفاده از نمودارهای کمبل و سیف، ویژگی‌های دینامیکی پروانه را استخراج کردند. نتایج نشان داد که برای تحریک یک مود سازه‌ای، علاوه بر تطابق فرکانس طبیعی سازه، هم‌فاز بودن نیروی محرک با مود سازه‌ای نیز شرط ضروری است؛ در سال‌های اخیر، تلاش‌های گسترده‌ای برای مدل‌سازی دینامیکی دیسک و پره در حال دوران صورت گرفته است. سیستم‌های متداول میرایی غیرفعال شامل موارد زیر می‌شوند: تماس‌های اصطکاکی دیسک-پره [۳]، دمپ‌های زیرصفحه‌ای [۴] و شرودهای واقع در بالای پره [۵]. تکنیک مدل‌سازی یک پره، توانایی ارائه مدل‌سازی دقیق کل سیستم پره روتور را که در معرض بارگذاری دینامیکی پیچیده و ارتعاشات می‌باشد را ندارد. یک هدف ویژه این مقاله، توسعه تحلیل ارتعاشی کل دیسک و پره با اعمال تماس اصطکاکی بین شرودها و مدل‌سازی المان محدود تقارن سیکلیک می‌باشد. مدل توسعه داده شده، تنش‌های دینامیکی را با در نظر گرفتن میرایی اصطکاکی ناحیه شرا و تحریک آیرودینامیک گذرای پره با دقت خوبی محاسبه می‌کند. در این مقاله در بخش دوم مدل المان محدود دیسک و پره شامل هندسه، مدل المان محدود با استفاده از تقارن سیکلیک، شرایط عملکردی، مرزی و خواص ماده ارائه می‌گردد. در بخش سوم مقاله، تحلیل دینامیکی دیسک و پره مجهز به شرود شامل ارائه معادلات تحلیل استاتیکی غیرخطی دیسک و پره، ارتعاش آزاد با در نظر گرفتن اثرات پیش تنش ناشی از دوران، فشار و دما و ارتعاش اجباری تحت نیروهای آیرودینامیکی ارائه شده است. در بخش‌های چهارم و پنجم به ترتیب نتایج حاصل از تحلیل‌های مودال و ارتعاشات اجباری ارائه شده‌اند. جمع‌بندی تحقیق در بخش ششم ارائه شده است.

۲- مدل المان محدود دیسک و پره

۲-۱ هندسه

سیستم دیسک و پره مورد مطالعه در این پژوهش، متشکل از ۸۸ پره مجهز به شرود است که از طریق تماس‌های اصطکاکی در کنار هم قرار گرفتند. مدل سه بعدی این مجموعه به همراه یک سکتور آن و موقعیتهای تماس اصطکاکی در شکل (۱) نشان داده شده است. دینامیک خطی و غیرخطی سیستم دیسک و پره را می‌توان با استفاده از یک سکتور دیسک و پره و با اعمال قید تقارن سیکلیک تحلیل نمود. این روش منجر به کاهش درجات آزادی معادلات با حفظ دقت و کامل بودن حل سیستم غیرخطی می‌گردد.



شکل ۱. جزییات تماس‌های اصطکاکی بین شرودها در یک سکتور از مجموعه دیسک و پره. الف) یک سکتور از مجموعه دیسک و پره با تماس‌های اصطکاکی جدا شده از قید تقارن سیکلیک مجموعه دیسک و پره با شرود با N پره، ب) سکتور دینامیکی اصلاح شده با تقارن سیکلیک و تماس اصطکاکی برای اعمال در نرم افزار انسیس، پ) مجموعه دیسک و پره شرود با N پره

۲-۲ مدل المان محدود با تقارن سیکلیک

نرم افزار انسیس برای مدل‌سازی المان محدود، شبیه سازی دیسک و پره با شرط تقارن سیکلیک و انجام تحلیل‌های استاتیکی غیرخطی و ارتعاش آزاد با پیش تنش به کار گرفته شده است. هندسه سکتور با استفاده از المان‌های سه بعدی چهار گرهی مش بندی

شده است. مدل المان محدود یک سکتور مجموعه مونتاژی دیسک و پره در شکل (۲) نشان شده است. یکی از موارد مهم و کلیدی در شبیه‌سازی المان محدود، اعمال شرایط مرزی صحیح می‌باشد. علاوه بر شرط تقارن سیکلیک، شرط مرزی عدم حرکت محوری و عمود بر سطح دیسک اعمال شده است.

۲-۳ خواص ماده

پره های مورد بررسی در این مقاله از آلیاژ پایه نیکل ساخته شده اند. چگالی این آلیاژ برابر با 7913 Kg/m^3 می باشد. از آنجایی که پره ها در معرض دماهای بالا هستند، خواص فیزیکی و مکانیکی وابسته به دما برای آنالیز المان محدود ضروری است. خواص کششی و مدول الاستیک ماده به ترتیب در جدول های (۱) و (۲) ارائه شده اند.

جدول ۱. خواص کششی پایه نیکل

دمای تست ($^{\circ}\text{C}$)	استحکام کششی (MPa)	استحکام تسلیم (MPa)	ازدیاد طول (%)
۲۵	۱۰۲۶	۷۵۶	۹
۷۶۰	۹۸۳	۷۷۳	۱۲

جدول ۲. مدول الاستیک پایه نیکل برای دماهای مختلف

دمای تست ($^{\circ}\text{C}$)	۲۵	۹۳	۲۰۴	۳۱۵	۴۲۶	۵۳۷	۶۴۸	۷۶۰	۸۷۱
مدول الاستیک (MPa)	۲۰۶۴۲۹	۲۰۳۲۵۷	۱۹۸۰۱۷	۱۹۲۸۴۶	۱۸۷۳۳۰	۱۸۰۳۶۶	۱۷۳۳۳۴	۱۶۶۸۵۳	۱۵۶۰۹۷

۳- مراحل تحلیل دینامیکی دیسک و پره دارای شرود با استفاده از روش المان محدود

در این بخش، به تحلیل دینامیکی مجموعه دیسک و پره با در نظر گرفتن شرایط تقارن سیکلیک و تماس اصطکاک-ضربه در محل تماس شرود و استخراج دیاگرام کمبل پرداخته می شود.

۳-۱ تحلیل استاتیکی غیرخطی دیسک و پره در حال دوران با شرط تقارن سیکلیک، تماس اصطکاکی و اعمال فشار و دمای آیرودینامیکی استاتیکی

تعادل استاتیکی سیستم با در نظر گرفتن نیروهای گریز از مرکز ایجاد شده از سرعت دورانی، فشار، دما و نیروهای غیرخطی شامل اصطکاک-ضربه تماس و همچنین تغییر شکل بزرگ به صورت زیر ارائه می شود:

$$[\bar{K} + \bar{S}]\{u\} = [F] + F_f. \quad (1)$$

در آن $[K]$ ، ماتریس سفتی کل، $\{u\}$ جابجایی، $\{r\}$ موقعیت جرم نسبت به محور دوران، Ω سرعت دورانی، F_f نیروی اصطکاک غیرخطی، F_T نیروی استاتیکی ایجاد شده ناشی از توزیع دما و F_p نیروی ناشی از توزیع فشار می باشند. با تعریف ماتریس های $[\bar{K}] = [K] - \{\Omega^2\}[M]$ و $[\bar{F}] = \{F\} - \{\Omega^2\}[M]$ ، معادله (۱) به صورت زیر ساده می شود.

$$[\bar{K}]\{u\} = [\bar{F}] + F_p + F_T + F_f. \quad (2)$$

که در آن، $[\bar{K}]$ سفتی مورد نیاز برای حل با در نظر گرفتن تغییر شکل های بزرگ می باشد. همچنین در ادامه اثر تنش بالا و تغییر هندسه نیز به ماتریس سفتی اضافه می گردد که سخت شدگی ناشی از تنش می باشد. بنابراین معادله (۲) به صورت زیر نوشته می شود.

$$[\bar{K} + \bar{S}]\{u\} = [F] + F_f. \quad (3)$$

۳-۲ تحلیل مودال (ارتعاشات آزاد) با پیش تنش دیسک و پره تحت تنش های گریز/مرکز، فشار و دمای آیرودینامیکی

برای دستیابی به اهدافی چون تعیین مشخصه‌های دینامیکی، استخراج نمودار کمبل، تحلیل ارتعاشات اجباری و محاسبه تنش‌های دینامیکی، لازم است تحلیل مودال با در نظر گرفتن شرایط تقارن سیکلیک و اثرات پیش تنش ناشی از تحلیل استاتیکی انجام شود. نتایج حاصل ابزار لازم برای شناسایی فرکانس‌ها، شکل مودها و محدوده سرعت‌های بحرانی را فراهم می‌آورد. معادله حرکت برای یک سیستم بدون میرایی در فرمت ماتریسی به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{0\}. \quad (4)$$

$$\left(-\omega_r^2 [M] + [K_r]\right)\{\phi\}_r = \{0\}. \quad (5)$$

برای یک سیستم خطی، ارتعاشات آزاد به فرم هارمونیک زیر نوشته می‌شوند.

$$\{u(t)\} = \{u\} = \{\phi\}_r \cos \omega_r t. \quad (6)$$

که در آن $\{\phi\}_r$ شکل مود مربوط به فرکانس طبیعی ω_r و ϕ_r فرکانس طبیعی ω_r ام می‌باشند. برای محاسبه‌ی فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی یک سازه‌ی تغییرشکل یافته، لازم است پس از انجام تحلیل استاتیکی غیرخطی، از روش حل اغتشاشی خطی بر اساس فرآیند نیوتن-رافسون استفاده شود. این رویکرد، توسعه‌ی یک تحلیل مودال جامع را ممکن می‌سازد که همزمان شرایط تقارن سیکلیک سازه و اثرات غیرخطی ناشی از پیش‌تنش را در نظر می‌گیرد. معادله حرکت سیستم بدون میرایی برای تحلیل مودال آشفنگی خطی به صورت زیر ارائه می‌گردد.

$$\left(-\omega_r^2 [M] + [K_r]\right)\{\phi\}_r = \{0\}. \quad (7)$$

ماتریس سفتی $[K_r]$ ، ماتریس سفتی به روز شده در تکرار گام بارگذاری اغتشاشی برای تحلیل مودال با پیش تنش می‌باشد که اثرات نرم‌شدگی ناشی از دوران و سخت‌شدگی ناشی از تنش در آن لحاظ شده است.

۳-۳ تحلیل ارتعاشات اجباری دیسک و پره با تقارن سیکلیک تحت بار گذرای آیرودینامیکی

در این بخش، تحلیل پاسخ اجباری هارمونیک با تقارن سیکلیک با استفاده از روش جمع مودها، mode-superposition، توسعه یافته است. در این روش حل، ابعاد معادلات با استفاده از ماتریس مودها کاهش می‌یابد. معادلات حرکت دیسک و پره با در نظر گرفتن اثرات پیش تنش سازه‌ای غیرخطی و نیروهای اصطکاکی به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K_r]\{u(t)\} = \{F_{nl}(u(t)) + f_j\}. \quad (8)$$

که در آن $F_{nl}(u(t))$ ، نیروی اصطکاک غیرخطی می‌باشد. معادله (۸) به فضای مودال انتقال می‌یابد و مختصات مودال q_r تعریف می‌گردد.

$$\{u(t)\} = \sum_{r=1}^{n_{mode}} \{\phi_r\} q_r. \quad (9)$$

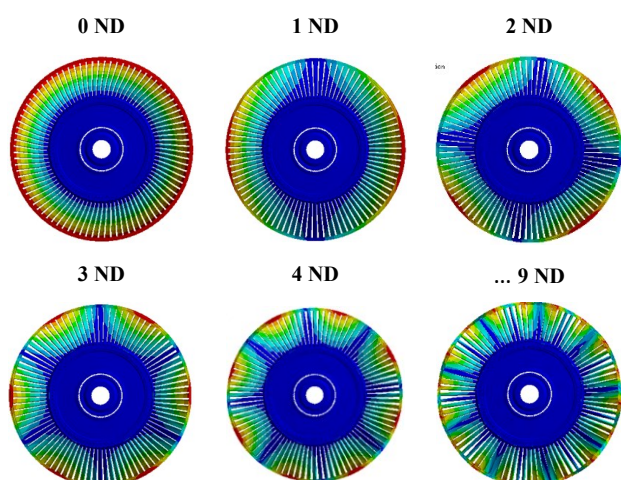
با جاگذاری معادله (۹) در معادله (۸)، معادلات دینامیکی در فضای مودال به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$\ddot{q}_r + \omega_{r,j}^2 q_r = f_{nl,j} + f_{j,j}. \quad (10)$$

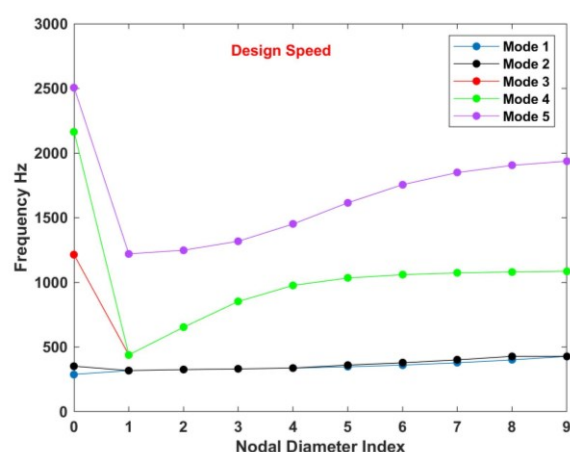
معادلات کاهش یافته (۱۰) با استفاده از روش هارمونیک در فضای مودال حل می‌شوند و زمان محاسبات کاهش می‌یابد.

۴- نتایج تحلیل مودال پیش تنش شامل تنش‌های ناشی از دوران، فشار و دما

تحلیل مودال پیش تنش با تقارن سیکلیک در سرعت‌های مختلف و برای مودهای مختلف روی سکتور دینامیکی دیسک و پره انجام می‌شود تا مشخصه‌های مودال ارتعاشی برای هر قطر گره‌ای^۱ مطالعه گردد. شکل (۲)، فرکانس‌های طبیعی ارتعاشات آزاد دیسک و پره را بر حسب تعداد نودهای گره‌ای مربوط به مودهای اشاره شده نشان می‌دهد. شکل (۳) شکل مود اول و فرکانس را برای قطرهای گره‌ای مختلف، ND، دیسک و پره نشان می‌دهد. فرکانس‌های مختلف برای هر رفتار نود قطری دیسک و پره برای خطوط تحریک 1E تا 20E در نمودار کمبل ترسیم شده و سرعت‌های بحرانی موتور که در آنها رزونانس سازه‌ای اتفاق می‌افتد، مشخص می‌باشند. همانطور که از شکل (۴) دیده می‌شود، خطوط تحریک 1E و 2E هیچ یک از مودهای دیسک و پره را در محدوده کاری سرعت قطع نمی‌کنند و برای تحریک 1E هیچ سرعت بحرانی وجود ندارد که تحریک مهم به شمار رفته و در نتیجه نابالانسی ایجاد می‌گردد. به همین ترتیب، سرعت‌های بحرانی دیگر از تقاطع خطوط تحریک مختلف با مودهای دیسک و پره شناسایی شده و در دیاگرام کمبل شکل (۴) قابل مشاهده می‌باشند. با توجه به پدیده فرکانس گذر پره، تحریک 66E ناشی از پره‌های استاتور مجاور از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند. دیاگرام SAFE، رزونانس‌ها و نودهای قطری تحریک شده واقعی ناشی از تحریک دینامیکی مجموعه دیسک و پره را شناسایی می‌کند. مزیت اصلی این نمودار در مقایسه با نمودار کمبل، قابلیت آن در شناسایی رزونانس‌های واقعی در تحلیل دینامیکی مجموعه دیسک و پره است. شکل (۵)، معیار SAFE مربوط به دیسک و پره مورد مطالعه در این مقاله را نشان می‌دهد. با توجه به دیاگرام SAFE، نقاط تقاطع خط تحریک 66E (که با رنگ قرمز مشخص شده است) با نقاط مودال و خطوط زیگزاگ، نود قطری ۲۲ است که نشان می‌دهد سایر نودهای قطری تحریک نمی‌شوند.

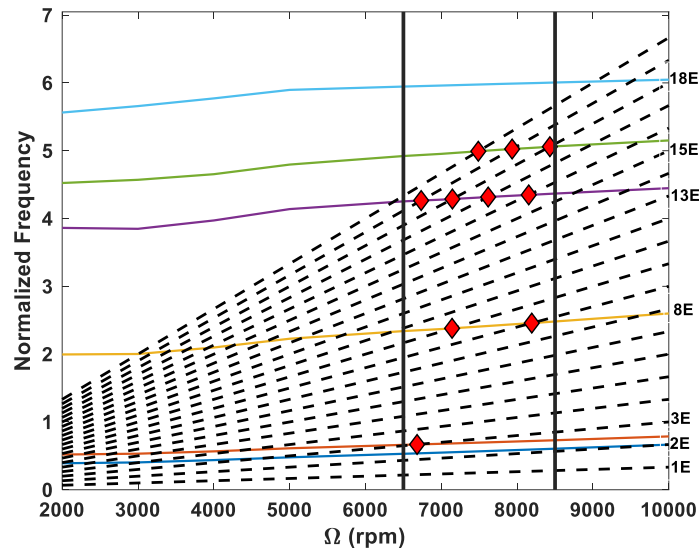


شکل ۳. شکل مود پره (مود ۱).

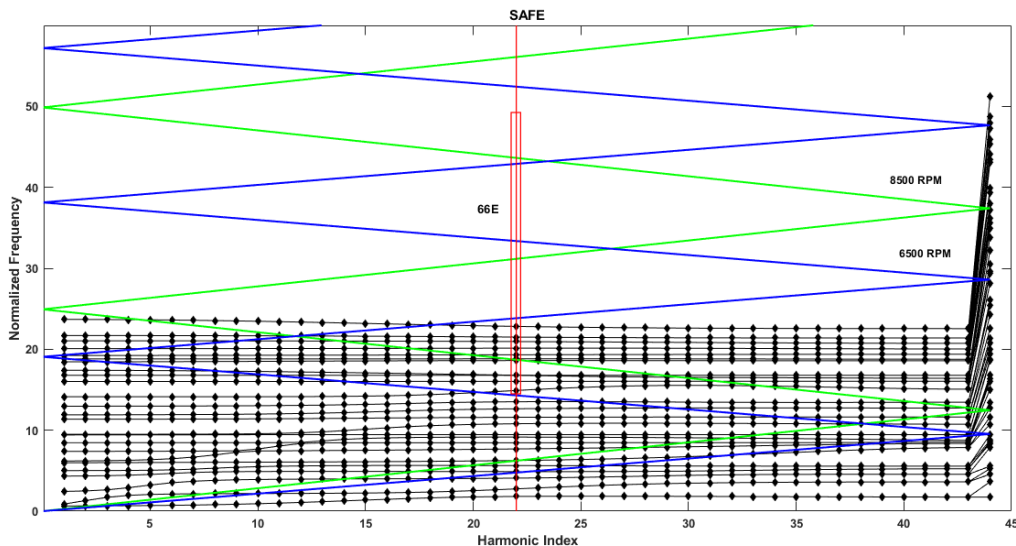


شکل ۲. مپ فرکانس طبیعی پره برای ۵ مود اول بر حسب قطرهای گره‌ای.

^۱ Nodal diameter, ND



شکل ۴. دیاگرام کمبل و شکل مودهای دیسک و پره توربین.



شکل ۵. دیاگرام SAFE دیسک و پره.

۵- نتایج تحلیل پاسخ اجباری هارمونیک دیسک و پره تحت ارتعاشات اجباری ناشی از جریان گذرای پره های استاتور

پیش بینی دقیق تنش ارتعاشی پره برای تعیین میزان عمر پره طراحی شده که تحت بارهای تحریک آیرودینامیکی از جمله ارتعاشات اجباری ناشی از برخورد استاتورها به پره های دوار قرار می گیرد، ضروری است. در این بخش، ماکرو در نرم افزار انسیس APDL شامل مدل المان محدود، تحلیل استاتیکی غیرخطی، تحلیل مودال با پیش تنش، تحلیل هارمونیک اجباری توسعه داده شده است. نیروی تحریک آیرودینامیکی که به پره اعمال می گردد به صورت زیر نوشته می شود:

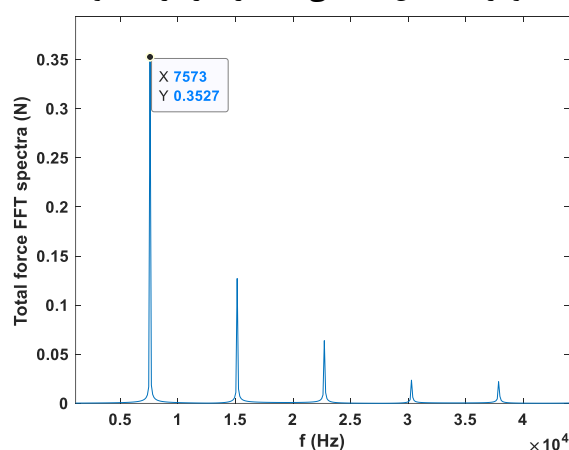
$$F^a(t) = F_e = F_0 \sin k\omega t. \quad (8)$$

که در آن k ، خط تحریک موتور، engine order، می باشد. نیروی تحریک F_e از توزیع فشار آیرودینامیکی وابسته به زمان بدست می آید. پیش بینی عددی نهایی تنش های روزنانس به پارامترهای میرایی و نیروی تحریک مناسب وابسته می باشد که معمولاً در پروسه طراحی این پارامترها ناشناس و مجهول می باشند. در صورتی که از میرایی ماده صرف نظر شود، میرایی پره های دوار ناشی از

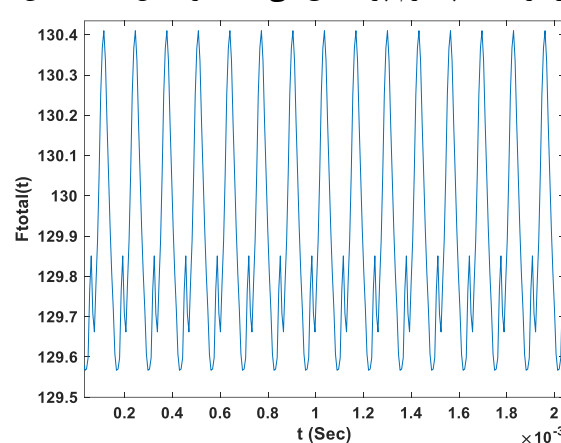
میرایی آیرودینامیکی و اتلاف اصطکاکی می باشد. اندازه میرایی 0.2%، 0.5% و 0.02% برای تحلیل دینامیکی در نظر گرفته می شود [۶].

۵-۱ پاسخ اجباری هارمونیک مجموعه دیسک و پره با شرا در سرعت طراحی روتور با تحریک 66E و ضریب میرایی 0.005

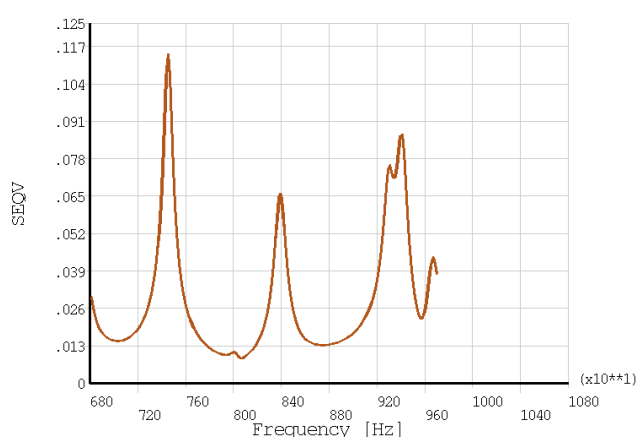
مدل المان محدود دیسک و پره با اعمال نیروی تحریک به مرکز فشار پره برای انجام تحلیل هارمونیک ایجاد می گردد. اندازه نیروی تحریک از فشار آیرودینامیکی استخراج می گردد. شکل های (۶) و (۷) به ترتیب نیروی تحریک کل متغیر با زمان و تبدیل فوریه آن را نشان می دهند. تبدیل فوریه به دیتای زمانی نیروی کل اعمال و ضرایب فوریه و فرکانس های عبوری پره مربوط به 66E بدست می آیند. فرکانس های تحریک در بازه 6800-9700 Hz در نظر گرفته شده اند و فرکانس عبوری 66 در سرعت موردنظر کاری روتور در شکل (۷) نشان داده شده است. همانطور که از شکل (۷) مشاهده می گردد، اندازه نیروی کل در هارمونیک اول، 7573 Hz، برابر با 0.3527 N می باشد. نتایج پاسخ هارمونیک و تنش دینامیکی پره تحت تحریک $k = 66$ و ضریب میرایی 0.005 به ترتیب در شکل های (۸) و (۹) نشان داده شده اند. توزیع تنش مجموعه دیسک و پره در رزونانس پتانسیل 8395 Hz که ماکزیمم تنش وون میزز در ناحیه پلتفرم پره اتفاق می افتد در شکل (۱۰) نشان داده شده است و برای تحلیل خستگی باید در نظر گرفته شود.



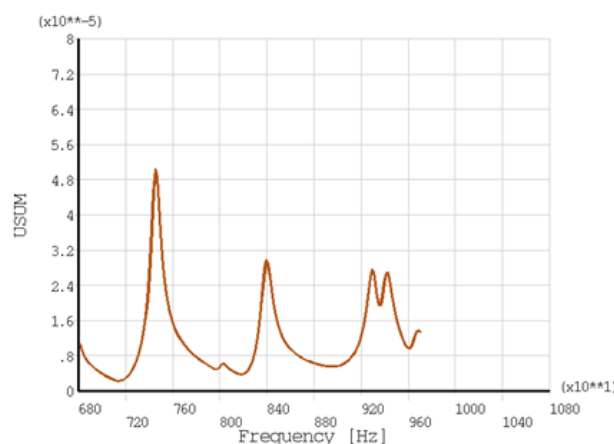
شکل ۷. طیف فرکانسی نیروی دینامیکی کل و هارمونیهای مربوط به آن



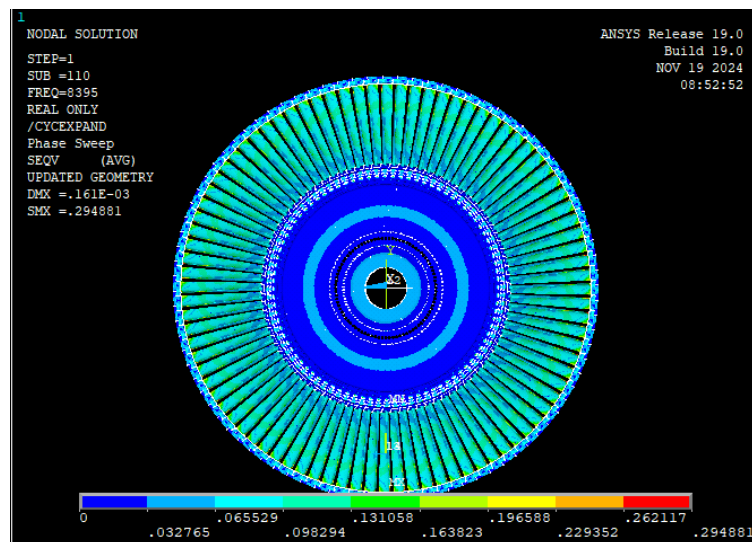
شکل ۶. نیروی دینامیکی کل اعمال شده به مرکز فشار پره



شکل ۹. تنش وون میزز دینامیکی پره با شرا در مرکز فشار و تحت $k = 66$



شکل ۸. پاسخ هارمونیک پره با شرا در مرکز فشار و تحت $k = 66$



شکل ۱۰. توزیع تنش رزونانس ماکزیمم در پلتفرم پره

۶- جمع بندی

مقاله حاضر به تحلیل دینامیکی دیسک و پره واقعی با شroud توربین گاز با در نظر گرفتن شرایط تقارن سیکلیک و تحت اثر پیش تنش ناشی از دوران، دما و فشار آیرودینامیکی می پردازد. این آنالیز به منظور طراحی فرکانسی دیسک و پره توربین، شناسایی سرعت های بحرانی و محاسبه تنش های دینامیکی پره انجام شده است. به این منظور مدل المان محدود دیسک و پره با تماس اصطکاکی و تقارن سیکلیک توسعه داده شده است و مدل توسعه داده شده، تنش های دینامیکی را با دقت خوبی محاسبه می کند. در گام نخست، تحلیل تنش استاتیکی غیرخطی با مدلسازی غیرخطی تماس شroud و اعمال پیش تنش های ناشی از سرعت دورانی، فشار و دما انجام گرفت. سپس تحلیل ارتعاش آزاد با در نظر گرفتن پیش تنش دیسک و پره صورت پذیرفت که منجر به استخراج شکل مودها، دیاگرام کمبل و SAFE گردید. این نتایج برای طراحی بهینه و انجام تحلیل های دینامیکی مجموعه دیسک و پره ضروری می باشد. با توجه به دیاگرام کمبل، خطوط تحریک 1E و 2E شکل مود اول را در محدوده سرعت کاری موتور تحریک نمی کنند. برای مجموعه دیسک و پره مورد مطالعه، خط تحریک 66E به دلیل پدیده فرکانس عبوری پره های استاتور مجاور حائز اهمیت است. در ادامه معیار SAFE برای شناسایی نودهای قطری تحریک شده و رزونانس های سیستم تحت این خطوط تحریک اعمال شد. در ادامه تحلیل پاسخ اجباری المان محدود دیسک و پره با استفاده از روش مدلسازی تقارن سیکلیک انجام گرفت و تنش های دینامیکی بدست آمده بالاتر از حد مجاز نمی باشند.

مراجع

1. M.P. Singh, J.J. Vargo, D.M. Schiffer, J.D. Dello, "SAFE Diagram-A Design Reliability Tool for Turbine Blading", *Proceedings of the Seventeenth Turbomachinery Symposium; Turbomachinery Laboratory, Texas A&M University: College Station, USA*, p. 93 (1988).
2. L. Bertini, P. Neri, C. Status, A. Guglielmo, G. Mariotti, " Analytical Investigation of the SAFE Diagram for Bladed Wheels, Numerical and Experimental Validation", *Journal of Sound and Vibration* 333, 4771–4788 (2014).
3. E.P. Petrov, " Effects of dam ping and varying contact area at blade-disk joints in forced response analysis of bladed disk assemblies ", *Journal of Turbomach* 128, 403–410 (2006).
4. E.P. Petrov, D.J. Ewins, " Advanced modeling of underplatform friction dampers for analysis of bladed disk vibration ", *Journal of Turbomach* 129, 143–150 (2007).
5. H. MA, F.T. Xie, H.Q. Nai, etal. " Vibration characteristics analysis of rotating shrouded blades with impacts ", *Journal of Sound. Vib. Theory* 156, 104–142 (2021).
6. J. SZWEDOWICZ. " High cycle fatigue ", Report Nato (2007).