

مقایسه برداشت کننده‌های انرژی تک پایدار و دوپایدار تحت تحریک همزمان جریان گردابی و مغناطیس

محمد بیگدلو^ا، مهدی زمانیان^{ب*}

^اایران، تهران، دانشگاه خوارزمی، دانشکده فنی و مهندسی، کدپستی: ۱۴۹۱۱-۱۵۷۱۹، دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک

^بایران، تهران، دانشگاه خوارزمی، دانشکده فنی و مهندسی، کدپستی: ۱۴۹۱۱-۱۵۷۱۹، دانشیار گروه مهندسی مکانیک

*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: zamanian@khu.ac.ir

چکیده

در این مقاله به مقایسه دو برداشت کننده انرژی تک پایدار و دوپایدار تحت تحریک ارتعاشات ناشی از ریزش گردابه پرداخته شده است. در حالت دو پایدار یک جفت آهن‌ریا به دو قاعده یک استوانه و در حالت تک پایدار نیز آهن‌ریایی بر روی بدنه آن نصب می‌شود. از طرفی برای تولید گردابه‌های ریزشی و نیروهای لیفت نوسانی ناشی از آن، این استوانه به انتهای آزاد تیر یک سرگرداری که لایه پیزوالکتریک بر روی آن قرار داده شده است، ضمیمه می‌شود. نیروهای آیرودینامیکی توسط معادله وندرپول اصلاح شده مدل‌سازی می‌شود. معادله حاکم بر ارتعاشات سیستم نیز با استفاده از اصل همیلتون استخراج می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که با نصب آهن‌ریا بر روی بدنه استوانه، سیستم یک موقعیت تعادلی تک پایدار و رفتار سخت شونده‌گی از خود نشان می‌دهد که موجب افزایش برداشت انرژی و گسترش پهنای باند ناحیه لاکین و جابجایی آن به سمت سرعت‌های باد بالاتر می‌شود. اما با نصب آهن‌ریا بر روی دو قاعده استوانه، رفتار سیستم به شدت به ضریب گشتاور مغناطیسی موثر و فواصل بین آهن‌ریاهای متحرک و ثابت بستگی دارد و بسته به مقدار آنها، ناحیه لاکین به سمت چپ یا راست جابجا می‌شود.

کلمات کلیدی: برداشت کننده‌ی انرژی؛ پیزوالکتریک؛ ریزش گردابه؛ دو پایدار؛ ناحیه لاکین.

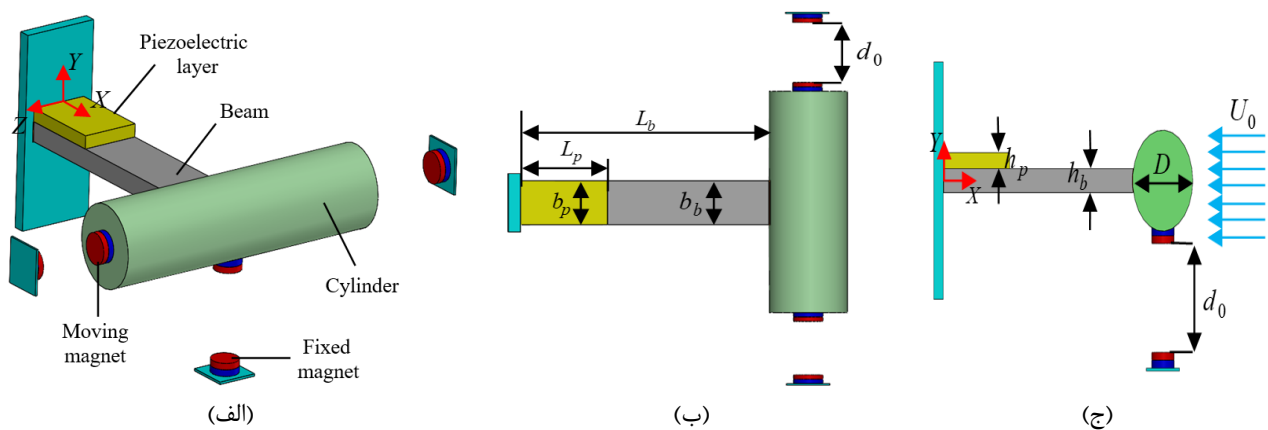
۱- مقدمه

در طول دهه گذشته، برداشت کننده‌های انرژی پیزوالکتریک (PEH) زمینه تحقیقاتی گسترده‌ای بوده است که تمرکز اصلی آن تبدیل ارتعاشات موجود در محیط به انرژی الکتریکی می‌باشد [۱]. همچنین برداشت انرژی از ارتعاشات محیطی به دلیل کاربردهای گسترده‌ای که در تامین انرژی دستگاه‌های میکرو الکترومکانیکی، مانند سنسورهای بی سیم، عملگرها و ... دارد، مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است [۲]. اما از طرفی ارتعاشات موجود در محیط معمولاً قابلیت کنترل پذیری ندارند و علاوه بر آن اغلب به صورت هارمونیک و تصادفی رخ می‌دهند. از همین روی استفاده از برداشت کننده‌هایی که دارای پهنای باند فرکانسی باریک هستند، حتی اگر ضرایب کوپل الکترومکانیکی بالایی را پیشنهاد کنند مناسب به نظر نمی‌رسند. بنابراین ایده استفاده از آهن‌ریا و انرژی پتانسیل مغناطیسی غیرخطی ناشی از آن، معرفی شد که در آن با افزایش پهنای باند، پاسخ مکانیکی سیستم را افزایش داده و در نتیجه امکان تبدیل انرژی بهتر را برای منابع ارتعاشی که دارای پهنای باند گسترده یا متغیر هستند فراهم می‌کند. بر این اساس می‌توان از پیکربندی‌های مختلفی جهت بهره‌گیری از انرژی پتانسیل مغناطیسی غیرخطی استفاده کرد. مطالعاتی که در گذشته بر روی اثر

مغناطیس بر سیستم برداشت کننده انرژی صورت گرفته است، یا آهن ربا را روی قاعده در نظر گرفته اند و یا روی بدنه استوانه و به حالتی که آهن ربا به طور همزمان روی قاعده و استوانه باشد، پرداخته نشده است که در این مقاله به این موضوع پرداخته شده است.

۲- مدل سازی و فرمول بندی

شکل (۱) شماتیکی از سیستم تحت بررسی در این مقاله را نشان می دهد. مطابق این شکل سیستم شامل یک تیر یک سر گیردار به طول L_b ، ضخامت h_b و پهنای b_b بوده که بر روی آن یک لایه پیزوالکتریک به طول L_p ، ضخامت h_p و پهنای b_p نصب شده و همچنین به انتهای آن نیز یک استوانه صلب با قطر D و طول L_C متصل شده است. برای بررسی تأثیر آهن ربا بر میزان برداشت انرژی و همچنین ناحیه لاکین، دو آهنربای متحرک در فاصله d_0 از دو آهنربای ثابت، در انتهای استوانه قرار گرفته‌اند. علاوه بر این، یک آهنربای متحرک سوم نیز روی بدنه استوانه در همان فاصله d_0 از آهنربای ثابت دیگر نصب شده است.



شکل ۱- (الف): نمای سه بعدی سیستم، (ب): نمای بالای سیستم، (ج): نمای جانبی سیستم

رابطه حاکم بر انرژی جنبشی تیر، لایه پیزوالکتریک و استوانه به صورت زیر می‌باشد [۳]:

$$\Pi_k = \frac{1}{2} \int_0^{L_b+D} M(X) \left(\frac{\partial W(X,t)}{\partial t} \right)^2 dX + \int_0^{L_b+D} \text{Dirac}(X - L_b - \frac{D}{2}) \left(\frac{1}{2} M_C \left(\frac{\partial W}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} I_C \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X \partial t} \right)^2 \right) dX \quad (1)$$

که در آن M_C و I_C به ترتیب جرم و ممان اینرسی جرمی استوانه، $W(X,t)$ جابجایی عرضی تیر و $M(X)$ جرم تیر بر واحد طول بوده که عبارت خواهد بود از:

$$M(X) = (m_{bp}) \cdot (H(X) - H(X - L_p)) + m_b \cdot (H(X - L_p) - H(X - L_b)) \quad (2)$$

در این رابطه نیز m_{bp} و m_b به ترتیب جرم قسمت تک لایه تیر و جرم قسمت دولایه تیر و لایه پیزوالکتریک است.

رابطه حاکم بر مجموع انرژی‌های پتانسیل کرنشی تیر و لایه پیزوالکتریک با Π_ε نشان داده می‌شود و به صورت زیر بیان می‌شود [۳]:

$$\Pi_\varepsilon = \frac{1}{2} \int_0^{L_b} I_{EZ}(X) \cdot W''^2(X,t) dX - \int_0^{L_p} (H(X) - H(X - L_p)) A_p e_{31} \frac{V(t)}{h_p} W''(X,t) dX \quad (3)$$

در رابطه اخیر A_p ، e_{31} و $V(t)$ به ترتیب ضریب کوپلینگ، گشتاور اول سطح مقطع و ولتاژ خروجی لایه پیزوالکتریک بوده و $I_{EZ}(X)$ نیز ممان اینرسی سطح مقطع در طول تیر می‌باشد که به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$I_{EZ}(X) = (H(X) - H(X - L_p)) \cdot I_{Ebp} + (H(X - L_p) - H(X - L_b)) \cdot I_{Eb} \quad (4)$$

که I_{Ebp} و I_{Eb} سختی خمشی سطح مقطع قسمت تک لایه تیر و سختی خمشی سطح مقطع قسمت دو لایه تیر و لایه پیزوالکتریک می‌باشند. انرژی پتانسیل مغناطیسی غیرخطی با Π_{mag} نشان داده می‌شود و برای حالتی که آهن ربا بر روی بدنه استوانه نصب شده باشد، طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود [۴،۵]:

$$\Pi_{mag,1} = \frac{\mu_0 B_1^2}{2\pi(W_C(X,t) + d_0)^3} \quad (5)$$

علاوه بر این زمانی که آهن ربا در قاعده استوانه نصب شود، رابطه حاکم بر انرژی پتانسیل مغناطیسی به شکل زیر خواهد بود [۶]:

$$\Pi_{mag,2} = \frac{\mu_0 B_2^2}{2\pi(W_C^2(X,t) + d_0^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (6)$$

در دو رابطه فوق μ_0 ، ضریب گذردهی خلا بوده و B_1 و B_2 نیز گشتاورهای مغناطیسی موثر می‌باشند که: $B_2 = \frac{B}{2}$ ، $B_1 = B$. از طرفی W_C نیز بیانگر جابجایی عرضی استوانه می‌باشد [۶]:

$$W_C(X,t) = W(X,t) \Big|_{X=L_b} + \frac{D}{2} \frac{\partial W(X,t)}{\partial X} \Big|_{X=L_b} = W(X,t) \Big|_{X=L_b + \frac{D}{2}} \quad (7)$$

وردش کار نیروهای خارجی که شامل کار نیروهای لیفت و درگ می‌باشد، مطابق زیر بیان می‌شود [۷]:

$$\delta \Pi_w = \frac{1}{4} \rho_f U_0^2 C_{L0} D L_C q(t) \delta W_C - (2\pi S_T \frac{U_0}{D} \gamma \rho_f D^2 L_C) \frac{\partial W_C}{\partial t} \delta W_C \quad (8)$$

که در آن C_{L0} ، $q(t)$ ، ρ_f و U_0 ، به ترتیب بیانگر ضریب لیفت، توصیف‌کننده رفتار گردابه‌ها در نزدیکی استوانه، چگالی و سرعت جریان سیال بوده و همچنین γ و S_T نیز پارامتر مرتبط با میانگین ضریب درگ مقطعی و عدد استروهمال می‌باشند، که به صورت زیر بیان می‌شوند [۸]:

$$\gamma = \frac{C_D}{4\pi S_T}, \quad \omega_s = \frac{2\pi S_T U_0}{D} \quad (9)$$

در روابط بالا نیز C_D ضریب درگ بوده و ω_s فرکانس ریزش گردابه‌ها است. معادله دیفرانسیل حاکم بر نیروی درگ با استفاده از معادله وندرپول به صورت زیر مدل‌سازی می‌شود [۷، ۸]:

$$\ddot{q}(t) + \eta \omega_s [q^2(t) - 1] \dot{q}(t) + \omega_s^2 q(t) = \left(\frac{G}{D}\right) \frac{\partial^2 W_C}{\partial t^2} \quad (10)$$

که η و G ، ضرایب میرایی و کوپلینگ بوده و مقادیر آن‌ها به ترتیب ۰٫۳ و ۱۲ خواهد بود. معادله حاکم بر ولتاژ خروجی نیز عموماً با به کارگیری قانون گاوس محاسبه می‌شود [۳]:

$$\int_0^{L_p} E_p d_{31} \frac{\partial^3 W(X,t)}{\partial^2 X \partial t} b_p h_p dX + \frac{d}{dt} \int_0^{L_p} \epsilon_{33} \frac{V(t)}{h_p} b_p dX + \frac{V(t)}{R} = 0 \quad (11)$$

E_p و d_{31} به ترتیب ضریب گذردهی، مدول یانگ و ثابت کرنش لایه پیزوالکتریک هستند و R نیز مقاومت بار می‌باشد.

۳- شکل مود و فرکانس طبیعی

معادلات حرکت سیستم با استفاده از اصل همیلتون استخراج می‌شوند [۳]:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta \Pi_k - \delta \Pi_e + \delta \Pi_w) dt = 0 \quad (12)$$

پس از اعمال اصل همیلتون معادله حاکم بر ارتعاش آزاد سیستم به صورت زیر می‌شود که در آن عبارات میرایی و نیروهای خارجی ناشی از اثرات آهنربا و گردابه حذف شده‌اند.

$$\frac{\partial^2}{\partial X^2} \left(I_{Ez}(X) \frac{\partial^2 W(X,t)}{\partial X^2} \right) + M(X) \frac{\partial^2 W(X,t)}{\partial t^2} + M_C \text{Dirac}(X - L_b - \frac{D}{2}) \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial X} (I_C \text{Dirac}(X - L_b - \frac{D}{2}) \frac{\partial^3 W}{\partial X \partial t^2}) = 0, \quad (13)$$

$$W \Big|_{X=0} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial X} \Big|_{X=0} = 0, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} \Big|_{X=L_b+D} = 0, \quad \frac{\partial^3 W}{\partial X^3} \Big|_{X=L_b+D} = 0$$

برای سهولت در تحلیل، متغیرهای بدون بعد زیر را می‌توان به معادله اعمال کرد [۳]:

$$w = \frac{W}{D}, \quad x = \frac{X}{L_b}, \quad \tau = \frac{t}{T}, \quad T = \sqrt{\frac{m_b L_b^4}{I_{Eb}}} \quad (14)$$

بنابراین، معادله (۱۳) را می‌توان بر حسب متغیرهای بدون بعد به صورت زیر بازنویسی کرد که در آن عبارت شامل $V(t)$ حذف شده است زیرا تأثیری بر فرکانس طبیعی ندارد.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\bar{I}_{EZ}(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right) + \bar{M}(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial \tau^2} + \frac{M_c}{m_b L_b} \text{Dirac}(x-1 - \frac{D}{2L_b}) \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} - \frac{I_c}{L_b^3 m_b} \frac{\partial}{\partial X} \left(\text{Dirac}(x-1 - \frac{D}{2L_b}) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial \tau^2} \right) = 0, \quad (15)$$

$$w \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=\frac{L_b+D}{L_b}} = 0, \quad \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \Big|_{x=\frac{L_b+D}{L_b}} = 0$$

حال پاسخ ارتعاشات آزاد سیستم به صورت هارمونیک $w(x,t) = \varphi(x)e^{i\omega\tau}$ فرض شده و در معادله اخیر جایگذاری می‌شود:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(\bar{I}_{EZ}(x) \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} \right) - \omega^2 \bar{M}(x) \varphi(x) - \omega^2 \frac{M_c}{m_b L_b} \text{Dirac}(x-1 - \frac{D}{2L_b}) \varphi(x) + \omega^2 \frac{I_c}{L_b^3 m_b} \frac{d}{dx} \left(\text{Dirac}(x-1 - \frac{D}{2L_b}) \frac{d}{dx} \varphi(x) \right) = 0, \quad (16)$$

$$\varphi \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{d\varphi}{dx} \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \Big|_{x=1+\frac{D}{L_b}} = 0, \quad \frac{d^3 \varphi}{dx^3} \Big|_{x=1+\frac{D}{L_b}} = 0$$

پاسخ معادله (۱۶) با استفاده از روش گلرکین به دست می‌آید. شکل مودهای ارتعاش آزاد تیر یکسر گیردار یکنواخت بدون لایه پیزوالکتریک و استوانه در انتها به عنوان توابع مقایسه‌ای استفاده شده و طول تیر برابر با $L_b + D$ فرض می‌شود. شکل مد نیز با $\psi_i(x)$ نشان داده شده است. بنابراین فرض می‌شود که [۳]:

$$\varphi = \sum_{i=1}^N c_i \psi_i(x) \quad (17)$$

رابطه اخیر در رابطه (۱۶) جایگذاری و سپس طرفین نتیجه حاصله در $\psi_j(x)$ ضرب و در بازه $x=0 \dots L_b + D$ انتگرال گرفته می‌شود و در نهایت با مساوی صفر قرار دادن دترمینان ضرایب، فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای سیستم محاسبه می‌شود.

۴- ارتعاشات اجباری تحت ریزش گردابه

در این بخش ارتعاشات اجباری سیستم تحت تأثیر نیروهای آیرودینامیکی ناشی از ریزش گردابه بررسی می‌شود، اینگونه که شکل مودهای به دست آمده در بخش قبل به عنوان تابع مقایسه‌ای در روش مودهای فرضی استفاده شده و معادلات ارتعاشات اجباری سیستم با استفاده از رابطه اولر- لاگرانژ محاسبه می‌شود. بنابراین پاسخ ارتعاشات اجباری سیستم مطابق $w(x,\tau) = \varphi(x).P(\tau)$ فرض می‌شود که در این رابطه $P(\tau)$ ، مختصات تعمیم یافته می‌باشد. در ادامه، این پاسخ در انرژی‌های جنبشی و پتانسیل جایگذاری می‌شود:

$$\Pi_k = \frac{D^2 L_b}{2T^2} \int_0^1 \left[M(X) \Big|_{X=L_b x} \left(\varphi(x) \cdot \frac{dP(\tau)}{d\tau} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \frac{M_c D^2}{T^2} \left(\varphi(x) \cdot \frac{dP(\tau)}{d\tau} \Big|_{x=1+\frac{D}{2L_b}} \right)^2 + \frac{D^2}{2T^2 L_b^2} I_c \left(\frac{d\varphi(x)}{dx} \cdot \frac{dP(\tau)}{d\tau} \right)^2 \Big|_{x=1} \right], \quad (18)$$

$$\Pi_\varepsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{D^2}{L_b^3} \right) \int_0^1 I_{EZ}(X) \Big|_{X=L_b x} \left(\frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} \cdot P(\tau) \right)^2 dx - \frac{e_{31} V(\tau) D}{h_p L_b} \int_0^{L_b} A_p \left(H(x) - H(x - \frac{L_p}{L_b}) \right) \left(\frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} \cdot P(\tau) \right) dx,$$

$$\Pi_{mag,1} = \frac{\mu_0 B_1^2}{2\pi (D\varphi_c P(\tau) + d_0)^3}, \quad \Pi_{mag,2} = \frac{\mu_0 B_2^2}{2\pi (D^2 \varphi_c^2 P^2(\tau) + d_0^2)^{\frac{3}{2}}}$$

طبق رابطه اولر - لاگرانژ می‌توان نوشت [۳،۶]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (\Pi_k - \Pi_\varepsilon)}{\partial \dot{P}(\tau)} - \frac{\partial (\Pi_k - \Pi_\varepsilon)}{\partial P(\tau)} = \frac{\partial \Pi_w}{\delta P(\tau)} \quad (19)$$

با جایگذاری معادلات انرژی جنبشی و پتانسیل (۱۸) و همچنین معادله وردش کار نیروهای خارجی (۱۸)، در رابطه فوق و در نهایت تقسیم طرفین معادله به دست آمده بر ضریب $\dot{P}(\tau)$ ، معادله جداسازی شده حاکم بر حرکت به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{d^2 P(\tau)}{d\tau^2} + C_{eq} \frac{dP(\tau)}{d\tau} - \alpha V(\tau) - \frac{3D\varphi_c \mu_0 B^2}{2\pi (D\varphi_c P(\tau) + d_0)^4 M_{eq}} + (\omega_n^2 - \frac{3D^2 \varphi_c^2 \mu_0 B^2}{2\pi (D^2 \varphi_c^2 P^2(\tau) + d_0^2)^{\frac{5}{2}} M_{eq}}) P(\tau) = F_{eq} q(\tau) \quad (20)$$

که در آن:

$$M_{eq} = \frac{D^2 L_b}{T^2} \int_0^1 \left(M(X) \Big|_{X=L_b x} \varphi^2(x) \right) dx + \left[\frac{M_c D^2}{T^2} \varphi_c^2 + \frac{D^2}{T^2 L_b^2} I_c \left(\frac{d\varphi(x)}{dx} \right)^2 \Big|_{x=1} \right],$$

$$C_{eq} = 2\xi\omega_i + \frac{\gamma\rho_f \Omega_f L_c D^4}{T^2 M_{eq}} \varphi_c^2, \quad k_{eq} = \left(\frac{D^2}{L_b^3} \right) \int_0^1 I_{EZ}(X) \Big|_{X=L_b x} \left(\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} \right)^2 dx, \quad (21)$$

$$\omega_n^2 = \frac{k_{eq}}{M_{eq}}, \quad \alpha = \frac{\int_0^{L_p} (H(x) - H(x - \frac{L_p}{L_b})) \frac{e_{31} A_p D}{h_p L_b^2} \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} L_b dx}{M_{eq}}, \quad F_{eq} = \frac{\rho_f U^2 C_{L0} D^2 L_c \varphi_c}{4M_{eq}}$$

در نهایت معادلات دیفرانسیل حاکم بر حرکت، نوسانگر و ندرپول و ولتاژ خروجی لایه‌ی PZT بر حسب متغیرهای بی بعد شده عبارت خواهند بود از:

$$\frac{d^2 P(\tau)}{d\tau^2} + C_{eq} \frac{dP(\tau)}{d\tau} - \alpha V(\tau) - \frac{3D\varphi_c \mu_0 B^2}{2\pi (D\varphi_c P(\tau) + d_0)^4 M_{eq}} + (\omega_n^2 - \frac{3D^2 \varphi_c^2 \mu_0 B^2}{2\pi (D^2 \varphi_c^2 P^2(\tau) + d_0^2)^2 M_{eq}}) P(\tau) = F_{eq} q(\tau) \quad (22)$$

$$\frac{d^2 q(\tau)}{d\tau^2} + \eta \Omega_f (q^2(\tau) - 1) \frac{dq(\tau)}{d\tau} + \Omega_f^2 q(\tau) = G \frac{d^2 P(\tau)}{d\tau^2} \varphi_c,$$

$$\frac{E_p d_{31} h_p D}{L_b T} \int_0^{L_p} \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} \cdot \frac{dP(\tau)}{dt} b_p(X) \Big|_{X=L_b x} dx + \frac{\varepsilon_{33} L_b}{h_p T} \frac{dV(\tau)}{d\tau} \int_0^{L_p} b_p(X) \Big|_{X=L_b x} dx + \frac{V(\tau)}{R} = 0$$

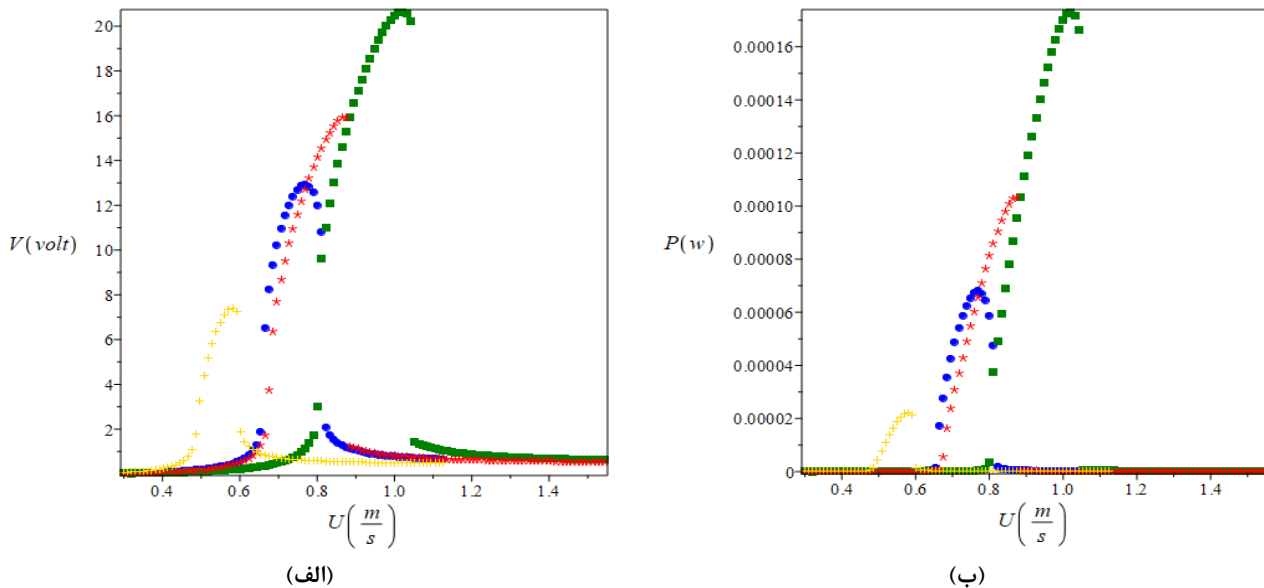
۵- بحث و نتایج

برای استخراج نتایج از داده‌های جدول شماره ۱ استفاده شده است.

جدول ۱- پارامترهای فیزیکی و هندسی برداشت کننده [۹]

L_b (mm)	L_p (mm)	L_c (mm)	b_b (mm)	h_b (mm)	h_p (mm)	d_0 (mm)
267	31.8	203	32.5	0.635	2*0.267	10
S_T	ρ_f ($\frac{kg}{m^3}$)	ρ_b ($\frac{kg}{m^3}$)	ρ_p ($\frac{kg}{m^3}$)	E_b (GPa)	E_p (GPa)	D (mm)
0.2	1.2	2730	7800	73	66	2*19.8
C_{L_0}	C_D	B	μ_0 (NA^{-2})	ε_{33} ($\frac{nF}{m}$)	M_c (g)	ζ
0.3	1.2	0.0192 - 2.42	$4\pi \times 10^{-7}$	13.28	16	0.005

اکنون اثر انرژی پتانسیل مغناطیسی غیرخطی بر ناحیه لاکین و انرژی برداشت شده در سه پیکربندی مختلف بررسی می‌شود. در پیکربندی اول آهنرباها متصل به دو قاعده استوانه در نظر گرفته می‌شوند، در پیکربندی دوم آهنربا بر روی بدنه استوانه فرض می‌شود و در پیکربندی سوم آهنرباها به‌طور همزمان در دو قاعده استوانه و روی بدنه آن در نظر گرفته می‌شوند.



شکل ۲- تغییرات حداکثر ولتاژ (الف) و توان خروجی (ب) برحسب تغییرات سرعت باد برای پیکربندی‌هایی با: آهنربا در دو انتهای استوانه با نماد (به اضافه طلایی)؛ یک آهنربا روی بدنه استوانه با نماد (مربع سبز)؛ آهنرباها روی هر دو بدنه و انتهای استوانه به طور همزمان، با نماد (ستاره

قرمز)؛ و بدون هیچ آهنربایی با نماد (دایره آبی)، در $R = 2.46M\Omega$ ، $B = 0.0192$

همانطور که در شکل (۲) نشان داده شده است، هنگامی که ضریب گشتاور مغناطیسی مؤثر روی 0.0192 تنظیم می‌شود، نیروهای مغناطیسی غیرخطی تولید شده توسط آهنرباهای قرار گرفته در دو انتهای استوانه منجر به باریک شدن پهنای باند ناحیه لاکین و جابجایی آن به سمت سرعت‌های باد پایین‌تر می‌شود. برعکس، هنگامی که آهنربا روی بدنه استوانه نصب می‌شود، پهنای باند ناحیه لاکین گسترش می‌یابد و به سمت سرعت‌های باد بالاتر جابجا می‌شود. هنگامی که آهنرباها به طور هم‌زمان روی بدنه استوانه و انتهای آن نصب می‌شوند، به دلیل برهم‌نهی این پدیده‌ها، یک اثر سخت‌شوندگی ضعیف مشاهده می‌شود.

شکل (۳) همچنین نشان می‌دهد که با ضریب گشتاور مغناطیسی مؤثر 2.42، چه آهن ربا روی قاعده باشد و چه روی بدنه باشد یک اثر سخت‌شوندگی قوی ایجاد می‌شود. برای تسهیل بحث دقیق‌تر در مورد تأثیر نیروهای مغناطیسی، ابتدا تأثیر آنها را بر فرکانس طبیعی سیستم بررسی می‌کنیم. برای این منظور، عبارات دیفرانسیل وابسته به زمان را در معادله (۲۰) صفر فرض می‌شود. این کار و به ما امکان می‌دهد که موقعیت تعادل استاتیکی را که با P_s نشان داده می‌شود، تعیین کنیم. بدین منظور شرط زیر باید برآورده شود:

$$-\frac{3D\phi_c\mu_0B^2}{2\pi(D\phi_cP_s+d_0)^4} + (\omega_n^2 - \frac{3\mu_0B^2D^2\phi_c^2}{2\pi(D^2\phi_c^2P_s^2+d_0^2)^5})P_s = 0 \quad (23)$$

$$P(\tau) = P_s + P_d(\tau)$$

اکنون مقدار $P(\tau)$ برابر با $P(\tau) = P_s + P_d(\tau)$ در نظر گرفته می‌شود که در آن $P_d(\tau)$ یک اغتشاش حول موقعیت استاتیک است. اگر عبارت شامل اثر آهنربا حول موقعیت استاتیک بسط داده شود، معادله خطی حاکم بر $P_d(\tau)$ به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{d^2P_d(\tau)}{d\tau^2} + C_{eq} \frac{dP_d(\tau)}{d\tau} + \omega_n^2 P_d(\tau) - \alpha V(\tau) + \frac{3D\phi_c\mu_0B^2}{2\pi} \left(\frac{4D\phi_c}{(D\phi_cP_s+d_0)^5} \right) P_d(\tau) - \frac{3\mu_0B^2D^2\phi_c^2}{2\pi} \left(\frac{-4D^2\phi_c^2P_s^2+d_0^2}{(D^2\phi_c^2P_s^2+d_0^2)^5} \right) P_d(\tau) \quad (24)$$

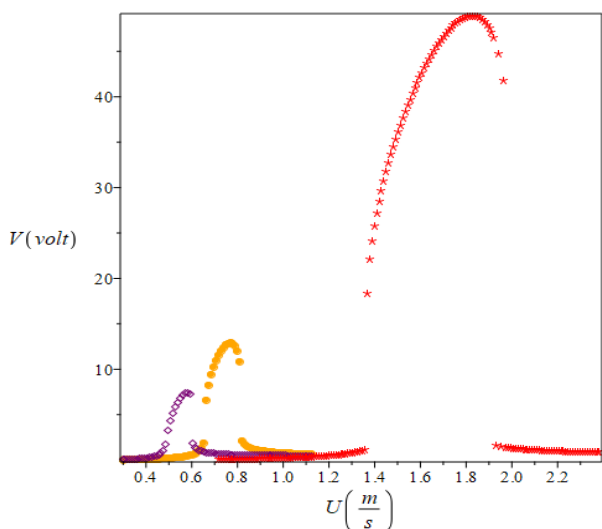
این بدان معناست که فرکانس طبیعی ارتعاش حول موقعیت استاتیک را می‌توان به صورت زیر ارزیابی کرد:

$$\omega_{ns} = \sqrt{\omega_n^2 + \frac{3D\phi_c\mu_0B^2}{2\pi} \left(\frac{4D\phi_c}{(D\phi_cP_s+d_0)^5} \right) - \frac{3\mu_0B^2D^2\phi_c^2}{2\pi} \left(\frac{-4D^2\phi_c^2P_s^2+d_0^2}{(D^2\phi_c^2P_s^2+d_0^2)^5} \right)} \quad (25)$$

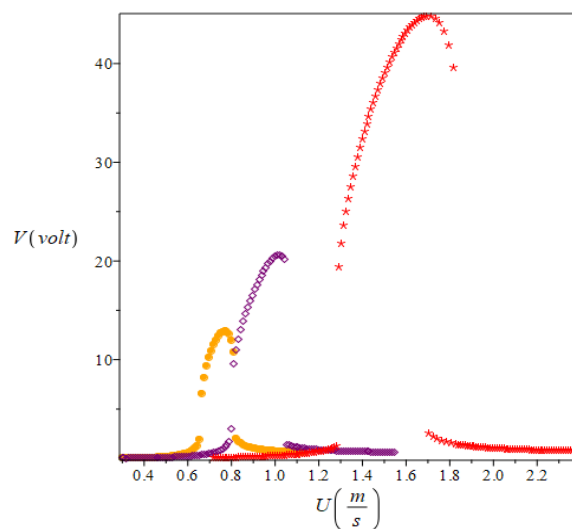
سه عبارت درون جذر متناظر با مشارکت‌های فیزیکی متمایزی هستند: اولین عبارت از خواص الاستیک تیر و لایه پیزوالکتریک ناشی می‌شود؛ دومی نشان‌دهنده تأثیر مغناطیسی آهنربای نصب شده روی بدنه استوانه است؛ و سومی مربوط به آهنرباهای قرار گرفته در دو انتهای استوانه است. هنگامی که سیستم بدون آهنربا است، موقعیت تعادل صفر است و همانطور که در شکل (۴-الف) نشان داده شده است، حول این موقعیت استاتیک نوسان می‌کند. هنگامی که یک آهنربا روی بدنه استوانه نصب می‌شود، سیستم یک موقعیت تعادل

غیر صفر منحصر به فرد را نشان می‌دهد و بنابراین سیستم حول این حالت غیر صفر نوسان می‌کند، همانطور که در شکل (۴-الف) نشان داده شده است. در این پیکربندی، عبارت مؤثر بر فرکانس طبیعی برای همه پارامترهای سیستم کاملاً مثبت است و منجر به افزایش فرکانس طبیعی می‌شود. در نتیجه، سرعت باد مورد نیاز برای شروع ناحیه لاکین نیز افزایش می‌یابد.

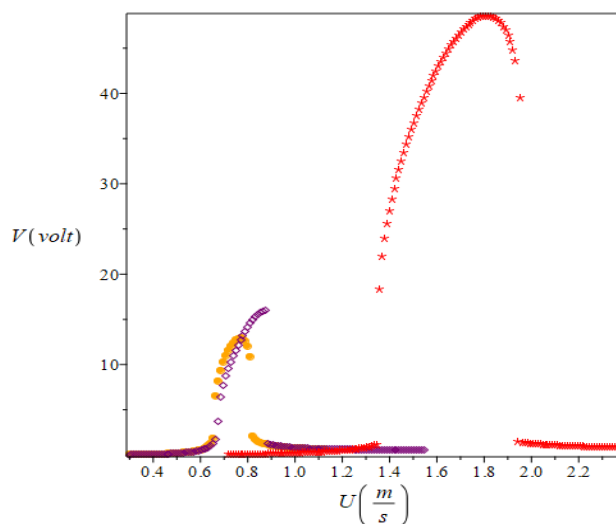
شکل (۴-الف) نشان می‌دهد وقتی آهنربا در دو انتهای استوانه قرار می‌گیرد، رفتار تعادل حاصل به شدت به پارامترهای سیستم حساس می‌شود. سیستم دارای یک تعادل پایدار یا دو تعادل پایدار همراه با یک وضعیت تعادل صفر ناپایدار می‌شود. برای گشتاورهای مغناطیسی مؤثر کوچک، یک رفتار تک‌پایدار ظاهر می‌شود و سیستم در اطراف موقعیت صفر نوسان می‌کند. شکل (۴-ب) نشان می‌دهد برای گشتاورهای مغناطیسی بزرگتر، دوپایداری ایجاد می‌شود و باعث می‌شود سیستم در اطراف یک موقعیت غیر صفر نوسان کند، در موارد تک‌پایدار، عبارت مرتبط با اثر مغناطیسی در معادله (۲۵) منفی می‌شود، که نشان‌دهنده کاهش فرکانس طبیعی در مقایسه با سیستم بدون آهنربا است و لذا ناحیه لاکین زودتر شروع می‌شود. برعکس، همانطور که در شکل (۳) نشان داده شده است در شرایط دوپایدار، عبارت مرتبط مثبت می‌شود و شروع ناحیه لاکین را نسبت به حالت بدون آهنربا به تأخیر می‌اندازد.



(الف)

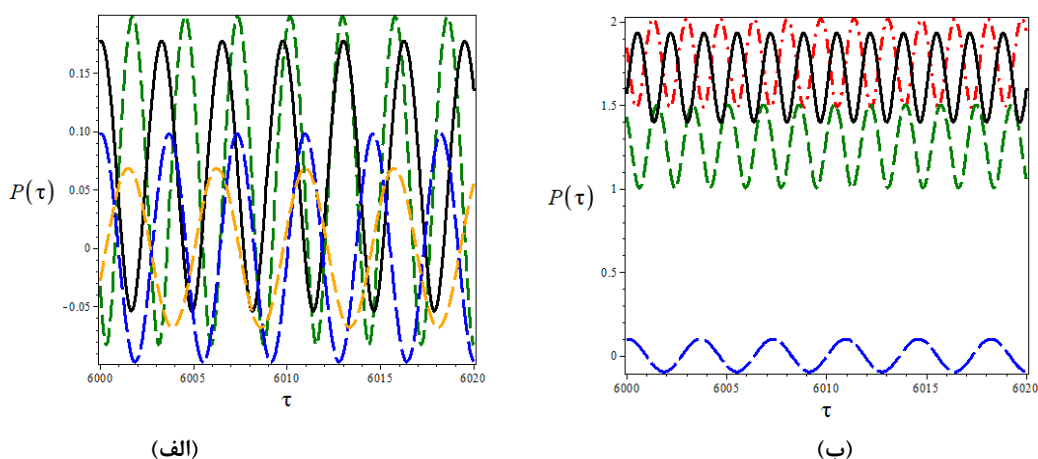


(ب)



(ج)

شکل ۳- تغییرات حداکثر ولتاژ خروجی بر حسب تغییرات سرعت باد که در آن (الف)، (ب) و (ج) مربوط به آهنرباهای قرار گرفته در (دو انتهای استوانه)، (بدنه استوانه) و (در دو انتها و بدنه استوانه به طور هم زمان). (نمادهای لوزی بنفش)، (نمادهای ستاره قرمز) و (نمادهای دایره نارنجی) نشان‌دهنده ضریب گشتاور مغناطیسی مؤثر (0.0192)، (2.42) و (0) هستند در حالیکه $R = 2.46 M\Omega$.



شکل ۴- تاریخچه زمانی دامنه ارتعاش. خط چین نارنجی برای حالتی که آهن‌ریاها در دو انتهای استوانه قرار دارند، خطوط سیاه پیوسته: آهن‌ریا در دو انتهای سیلندر، خطوط آبی خط چین بلند: بدون وجود آهن‌ریا، خطوط قرمز نقطه خط: آهن‌ریا بر روی بدنه و در دو انتهای سیلندر، خطوط سبز خط چین: آهن‌ریا فقط بر روی بدنه، (الف): $B = 0.0192$ ، (ب): $B = 2.42$ ، در حالیکه $R = 2.46M\Omega$.

۶- نتیجه گیری

نتایج نشان می‌دهد در صورتی که آهن‌ریا بر روی بدنه استوانه نصب شده باشد، سیستم تک پایدار بوده و حول یک موقعیت تعادلی غیر صفر نوسان می‌کند، همچنین در این حالت میزان برداشت انرژی افزایش پیدا کرده و سیستم یک رفتار سخت شونده ناشی از انرژی غیرخطی مغناطیسی از خود نشان می‌دهد که موجب گسترش پهنای باند ناحیه لاکین و جابجایی آن به سمت سرعت‌های باد بالاتر می‌شود. اما زمانی که آهن‌ریا در دو قاعده استوانه نصب شده باشد، برای ضرایب گشتاور مغناطیسی کوچک، سیستم دارای یک موقعیت تعادلی پایدار خواهد شد و اثر مغناطیس منجر به رفتار نرم شونده و در نتیجه باریک‌تر شدن پهنای باند و جابجایی ناحیه لاکین به سمت سرعت‌های باد کمتر می‌شود. با افزایش ضرایب گشتاور مغناطیسی موثر، سیستم در وضعیت تعادلی دوپایدار قرار می‌گیرد که این امر منجر به رفتار سخت شونده و در نتیجه گسترده‌تر شدن پهنای باند ناحیه لاکین و جابجایی ناحیه لاکین به سمت سرعت‌های باد بالاتر می‌شود. نتایج نشان داد رفتار سیستم‌هایی که آهن‌ریا همزمان هم بر روی بدنه و هم بر روی استوانه نصب شده است ترکیبی غیرخطی از رفتارهای مذکور می‌باشد.

مراجع

- [۱] S. R. Anton, H. A. Sodano, "A review of power harvesting using piezoelectric materials," *J. Smart Mater. Struct.*, vol. 16, 16R1-R2, May 2007.
- [۲] H. Xiong, L. Wang, "Piezoelectric energy harvester for public roadway: on-site installation and evaluation," *Appl Energy*, vol. 174, pp. 101-107, July 2016.
- [۳] M. Zamanian, B. Firouzi, "Analysis and optimal design of vibration - based Paddle type piezoelectric energy harvester under electrostatic actuation," *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 12, 6723-6740, (2024).
- [۴] C. W. Hou, C. H. Li, X. B. Shan, C. Q. Yang, R. J. Song, and T. Xie, "A broadband piezo-electromagnetic hybrid energy harvester under combined vortex-induced and base excitations," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 171, p. 108963, May 2022.
- [۵] A. Abdelkefi and N. Barsallo, "Comparative modeling of low-frequency piezomagnetoelastic energy harvesters," *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, vol. 25, no. 14, pp. 1771-1785, Sep. 2014.
- [۶] C. W. Hou, X. B. Shan, L. Zhang, R. J. Song, and Z. B. Yang, "Design and modeling of a magnetic-coupling monostable piezoelectric energy harvester under vortex-induced vibration," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 108913-108927, Jun. 2020.
- [۷] H. L. Dai, A. Abdelkefi, L. Wang, "Piezoelectric energy harvesting from concurrent vortex-induced vibrations and base excitations," *Nonlinear Dynamics*, 77, 967-981, (2014).
- [۸] M. Zamanian, L. Garibaldi, "Vortex induced vibration analysis of a cylinder mounted on a flexible rod," *Wind and Structures*, 441-445, 29(2019).
- [۹] H. R. Zhang, W. T. Sui, C. Q. Yang, L. Zhang, R. J. Song, and J. L. Wang, "An asymmetric magnetic-coupled bending-torsion piezoelectric energy harvester: modeling and experimental investigation," *Smart Mater. Struct.*, vol. 31, no. 1, p. 015007, Dec. 2021.